



Métrologie fonctionnelle par Calibre virtuel sur Machine à mesurer tridimensionnelle

Eric Pairel

► To cite this version:

Eric Pairel. Métrologie fonctionnelle par Calibre virtuel sur Machine à mesurer tridimensionnelle. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université de Savoie, 1995. Français. NNT : . tel-00778258

HAL Id: tel-00778258

<https://theses.hal.science/tel-00778258>

Submitted on 19 Jan 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Savoie

THÈSE

présenté par
Eric PAIREL

pour l'obtention du grade de
Docteur de l'Université de Savoie
Spécialité : Génie Mécanique

Métrologie fonctionnelle par Calibre virtuel
sur
Machine à mesurer tridimensionnelle

Soutenue le 20 Décembre 1995 devant la commission d'examen
composée de :

Monsieur S. TICHKIEWITCH	Président
Monsieur M. GIORDANO	Directeur de thèse
Monsieur P. BOURDET	Rapporteur
Monsieur A. CLEMENT	Rapporteur
Monsieur D. DURET	Examineur
Monsieur L. MATHIEU	Examineur

LMécA / CESALP

Laboratoire de Mécanique Appliquée
41 Avenue de la Plaine, BP 806, 74016 ANNECY Cedex

Remerciements

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Mécanique Appliquée de l'Université de Savoie (LMéca/CESALP).

Je tiens à exprimer toute ma gratitude envers M. Daniel DURET et envers M. Max GIORDANO qui ont permis le lancement de ces travaux et leur bon déroulement. Je les remercie chaleureusement de l'aide et des conseils qu'ils m'ont apporté durant ces trois années.

Je remercie M. Serge TICHKIEWITCH qui m'a fait l'honneur de présider la commission d'examen.

Que M. Pierre BOURDET et M. André CLEMENT soient assurés de ma reconnaissance pour le travail de rapporteur qu'ils ont bien voulu réaliser.

Que M. Luc MATHIEU trouve ici le témoignage de ma gratitude pour l'examen attentif qu'il a fait de ce mémoire.

Je remercie M. Marc DURANT, responsable de la métrologie chez SOMFY S.A., pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et pour l'application expérimentale qu'il m'a permis de réaliser.

Aux membres du laboratoire et en particulier à son directeur, M. Robert ARRIEUX, j'adresse mes sincères remerciements pour leur aide et pour la bonne humeur qu'ils font régner au laboratoire.

Merci à mes parents et à ma famille pour leurs encouragements.

Enfin, merci à Solange qui a été, durant la thèse, mon plus précieux soutien...

E.P.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES	10
INTRODUCTION	14
CHAPITRE I La cotation	20
1 - Introduction à la présentation de la cotation normalisée	21
1.1 - Introduction d'un vocabulaire et problématique de la cotation	21
2 - Première approche : Tolérancement de la forme, de la dimension et de la position des surfaces élémentaires	23
2.1 - Tolérancement de la dimension	24
2.1.1 - Dimension linéaire	24
2.1.2 - Dimension angulaire	25
2.2 - Tolérancement de la forme	26
2.3 - Défaut de forme limité par l'Exigence de l'enveloppe	27
2.4 - Tolérancement de la position	28
3 - Construction des références et des systèmes de références	30
3.1 - Mise en position fonctionnelle	31
3.2 - Etude des références normalisées	31
3.2.1 - Définitions normalisées [NF E 04-554]	31
3.2.2 - Élément de référence spécifié à partir d'une seule surface : La Référence simple	33

3.2.3 - Elément de référence spécifié à partir de plusieurs surfaces élémentaires	35
3.2.3.1 - La Référence commune	35
3.2.3.2 - La référence en zone commune	36
3.2.3.3 - La référence établie par un groupe d'éléments	36
3.2.4 - Système de références	38
3.3 - Conclusion	40
4 - Deuxième approche du tolérancement : Par comparaison avec une géométrie théorique	41
4.1 - Tolérance de battement total	41
4.2 - Exigence du maximum de matière	42
4.2.1 - Exigence du maximum de matière appliquée à la surface tolérancée	42
4.2.2 - Tolérancement géométrique Zéro [E 04-555]	44
4.2.3 - Exigence du maximum de matière appliquée à la surface de référence	45
4.3 - Exigence du minimum de matière [ISO 2692 Amd.1]	46
4.4 - Généralisation de cette approche du tolérancement	46
5 - Analyse de l'approche «forme, dimension, position»	47
6 - Travaux de recherche sur la définition d'un modèle de tolérancement	49
7 Proposition d'une nouvelle sémantique pour l'approche «forme, dimension, position»	51
7.1 - Surface enveloppe définie par le critère du Volume minimal	51
7.1.1 - Critère du volume minimal	51
7.1.2 - Correspondance avec les associations normalisées	52
7.2 - Nouvelle sémantique pour les tolérances de forme, de dimension et de position	53
7.2.1 - Implications sur la cotation fonctionnelle	53
7.2.2 - Implications sur le contrôle	54
8 - Conclusion	55
CHAPITRE II La surface théorique	58
1 - Déplacements et Modèle des surfaces	59
1.1 - Etude mathématique des déplacements	59
1.1.1 - Base et repère	59
1.1.1.1 - Composantes d'un vecteur : Changement de base	59
1.1.1.2 - Coordonnées d'un point : Changement de repère	59
1.1.2 - Déplacement de solide	59
1.1.3 - Représentation matricielle d'un déplacement	60
1.1.4 - Produit de deux déplacements	61
1.1.5 - Calcul de la matrice de rotation définie par les angles de Bryant	62

1.1.6 - Le groupe des déplacements [HER 76]	62
1.2 - Surfaces invariantes par déplacements	64
1.2.1 - Surface : Définition	64
1.2.2 - Surface invariante : Définition	64
1.2.3 - Théorème	64
1.2.4 - Les sept classes de surfaces invariantes par déplacement	64
1.3 - Liaisons et degrés de liberté	66
1.4 - Position d'une surface	67
1.5 - Le modèle des S.A.T.T.	68
1.5.1 - Les 44 cas de reclassement	69
1.5.2 - Le tolérancement dans le modèle S.A.T.T.	70
1.6 - Définition d'un vocabulaire des surfaces	72
1.6.1 - Surface élémentaire - Surface composée : Définitions	72
1.6.2 - Dimensions intrinsèques des surfaces	72
2 - Le Modèle des petits déplacements	73
2.1 - Petit déplacement de solide	73
2.1.1 - Relation entre les déplacements des points d'un solide	73
2.1.2 - Torseur de petit déplacement	74
2.1.2.1 - Interprétation géométrique	75
2.1.3 - Ecart entre un point et une surface : Le modèle des petits déplacements	76
3 - Ajustement d'une surface théorique à une surface palpée	77
3.1 - Présentation des critères d'ajustement	78
3.1.1 - Critère des «moindres carrés»	78
3.1.2 - Critère du défaut de forme minimal	78
3.1.3 - Critère de la dimension optimale	79
3.1.4 - Autres critères	79
3.2 - Modèle des petits déplacement «complété»	80
3.3 - Mise en forme des critères d'ajustement	82
3.3.1 - Critère des moindres carrés	82
3.3.2 - Critère de la dimension optimale	82
3.3.3 - Critère du défaut de forme minimal	83
3.3.3.1 - Surface passant au milieu des points palpés	83
3.3.3.2 - Surface extérieure aux points palpés	83
3.4 - Forme mathématique du critère du Volume minimal	84
3.5 - Calcul du défaut de forme de la surface palpée	86
3.6 - Repère de référence pour le calcul de l'ajustement	87

4 - Conclusion	88
CHAPITRE III Le contrôle tridimensionnel	90
1 - Le contrôle par calibre matériel	91
2 - Le contrôle sur Machine à Mesurer Tridimensionnelle	92
2.1 - Description d'une Machine à mesurer tridimensionnelle	92
2.2 - Traitement informatique des points enregistrés	92
2.3-Contrôledesspécificationsnormaliséesparleslogicielsdemétrologieexistant	94
2.3.1 - Construction des systèmes de références	94
2.3.2 - Contrôle de la position d'un groupe de cylindres	95
2.3.3 - Contrôle des états virtuels	96
2.4 - Autres approches pour les logiciels de métrologie tridimensionnelle	96
2.5TravauxderechercheetrelatifsàlamétrologiesurMachineàmesurertridimensionnelle	97
3 - Conclusion	99
CHAPITRE IV Le modèle calibre	102
1 - Principe général du contrôle par calibre virtuel sur MMT	103
2 - Description du modèle calibre	103
2.1 - Le calibre élémentaire	103
2.2 - Construction d'un calibre composé	105
2.3 - Comportement d'un calibre élémentaire	106
2.3.1 - Les comportements «ajustant» et «limitant»	106
2.3.1.1 - Degrés de liberté du calibre assemblé	108
2.3.2 - Les «ajustants prioritaires»	110
2.3.3 - Supériorité du comportement «ajustant prioritaire»	113
2.4 - Degrés de liberté d'un calibre élémentaire	114
2.4.1 - Degrés de liberté entre les calibres «ajustants prioritaires»	115
2.5 - Calibre composé utilisé comme composante	116
2.6 - Couplage des dimensions entre calibres élémentaires	117
3 - Métrologie tridimensionnelle par le modèle calibre	118
3.1 - Informations associées à l'assemblage d'un calibre composé	118
3.2 - Identification et contrôle des surfaces palpées	119
3.3 - Contrôle des conditions de montage	120

3.4 - Etablissement des références et des systèmes de références	120
3.5 - Mesure de dimension fonctionnelle	121
3.6 - Mesure de distance	121
3.7 - Contrôle des tolérances géométriques normalisées	121
3.7.1 - Tolérance de forme	122
3.7.2 - Tolérance de battement total	122
3.7.3 - Tolérances d'orientation et de position	122
4 - Méthodes de calcul de l'assemblage d'un calibre virtuel	124
4.1 - Principe général	124
4.2 - Identification des surfaces élémentaires de la pièce	127
4.2.1 - Définition d'une position initiale	127
4.2.2 - Calcul de l'ajustement du calibre élémentaire	127
4.2.3 - Calcul de la position du calibre ajusté	128
4.2.4 - Décalage des points palpés	129
4.3 - Assemblage d'un calibre composé	129
4.3.1 - Construction d'un repère de référence initial sur les surfaces identifiées	130
4.3.2 - Calcul de l'assemblage du calibre composé	132
4.3.2.1 - Assemblage des calibres ajustant prioritaires	132
4.3.2.2 - Assemblage des calibres ajustants et limitants	134
4.3.3 - Prise en compte des degrés de liberté des calibres élémentaires	135
5 - Développement d'une maquette informatique	138
5.1 - Présentation de la maquette informatique	139
5.1.1 - Identifier une Surface palpée : Plan ou cylindre	140
5.1.2 - Construire un «Double plans parallèles»	140
5.1.3 - Construire un Repère de référence initial	140
5.1.4 - Construire un calibre composé	141
5.2 - Développements informatiques	142
5.3 - Performances de la maquette informatique	143
CHAPITRE V Un exemple industriel	146
1 - Présentation de la pièce à contrôler	147
1.1 - Localisation des cinq axes par rapport au cylindre de référence A	147
1.1.1 - Calibre fonctionnel défini grâce au modèle calibre	148
1.1.2 - Calibres matériels utilisés pour le contrôle de la première spécification	148
1.2 - Localisation du trou central par rapport au groupe des cinq axes	149
2 - Contrôle de la première spécification par calibre matériel	150
2.1 - Défaut de la pièce	150

2.2 - Résultat du contrôle par calibre matériel (1)	150
3 - Contrôle de la pièce par calibre virtuel	151
3.1 - Palpage de la pièce	151
3.2 - Identification des surfaces palpées	151
3.3 - Construction du repère de référence initial	152
3.4 - Construction du calibre virtuel	152
3.4.1 - Calibre 1 : 5 Cylindres Ajustants sur les axes palpés	152
3.4.2 - Calibre 2 : Cylindre Ajustant 1 + 5 Cylindres Ajustants	153
3.4.3 - Conclusion	155
4 - Contrôle du calibre matériel par calibre virtuel	156
4.1 - Identifications des surfaces palpées	156
4.2 - Calibre 1 : 5 Cylindres Ajustants dans les trous palpés	156
4.3 - Calibre 2 : Cylindre Ajustant 1 + 5 Cylindres Ajustants	157
5 - Conclusion	158
CONCLUSION	160
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	166

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I La cotation

Figure I.1: Les principales surfaces élémentaires.	21
Figure I.2: Géométrie théorique.	22
Figure I.3: Géométrie fabriquée, imparfaite.	22
Figure I.4: Tolérance de forme, de dimension et de position.	24
Figure I.5: Sémantique de la tolérance dimensionnelle linéaire.	25
Figure I.6: Interprétation normalisée d'une tolérance angulaire.	25
Figure I.7: Sémantique de la tolérance de forme.	26
Figure I.8: Exigence de l'enveloppe.	27
Figure I.9: Surfaces utilisées comme élément de référence dans les exemples normalisés.	29
Figure I.10: Tolérance de position sans élément de référence.	30
Figure I.11: Plan de référence.	33
Figure I.12: Cylindre de référence.	33
Figure I.13: Sphère de référence.	34
Figure I.14: Axe de référence.	34
Figure I.15: Plan médian de référence.	34
Figure I.16: Élément de référence en <i>zone restreinte</i> .	34
Figure I.17: <i>Référence commune</i> .	35
Figure I.18: Zone de tolérance commune.	36
Figure I.19: <i>Référence en zone commune</i> .	36
Figure I.20: <i>Référence établie par un groupe d'éléments</i> .	37
Figure I.21: Exemple de <i>système de référence</i> .	38
Figure I.22: Système de trois références.	39

Figure I.23: <i>Tolérance de battement</i> .	41
Figure I.24: <i>Interprétation</i> d'une tolérance de battement.	42
Figure I.25: Exemple d'application de l'exigence du maximum de matière.	42
Figure I.26: Condition fonctionnelle de montage.	43
Figure I.27: Cotation suivant l'exigence du maximum de matière.	43
Figure I.28: <i>Etat virtuel</i> de l'alésage.	43
Figure I.29: Maximum de matière appliquée à la référence et l'élément tolérancé.	45
Figure I.30: <i>Interprétation</i> de la cotation au maximum de matière.	45
Figure I.31: <i>Etat virtuel</i> pour le minimum de matière de l'alésage.	46
Figure I.32: Plans ajustés suivant le défaut de forme minimal et le volume minimal.	53
Figure I.33: Nouvelles sémantiques.	53
Figure I.34: Tolérancement sur une <i>zone restreinte</i> .	54

CHAPITRE II La surface théorique

Figure II.1: Rotation d'un solide défini par les angles de Bryant.	60
Figure II.2: Position d'un cylindre par rapport à un repère.	67
Figure II.3: <i>Reclassement</i> de l'association de deux cylindres.	69
Figure II.4: Déplacement de deux points d'un solide.	73
Figure II.5: Représentation graphique d'un torseur de petit déplacement.	75
Figure II.6: Situation initiale du point et de la surface.	76
Figure II.7: Petit déplacement de la surface.	76
Figure II.8: Situation initiale de la surface théorique.	80
Figure II.9: Petite variation de la dimension de la surface théorique.	81
Figure II.10: Critère du défaut de forme minimal défini par M. BOURDET [BOU 87].	83
Figure II.11: Critère du défaut de forme minimal proposé.	84
Figure II.12: Élément de volume dans le domaine continu.	84
Figure II.13: Élément de volume dans le domaine discret.	85
Figure II.14: Repère local du plan.	87

CHAPITRE III Le contrôle tridimensionnel

Figure III.1: Structure «portique».	92
Figure III.2: Construction d'un dièdre de référence par l'approche actuelle.	94
Figure III.3: Localisation de deux groupes d'alésages.	95

CHAPITRE IV Le modèle calibre

Figure IV.1: Calibre Plan.	104
Figure IV.2: Calibre Cylindre.	104
Figure IV.3: Calibre Cône.	104
Figure IV.4: Calibre Sphère.	105
Figure IV.5: Exemple de construction d'un calibre composé.	106
Figure IV.6: Premier cas : Cylindre ajustant et Plan limitant.	107
Figure IV.7: Plan limitant parallèle au cylindre ajustant.	107
Figure IV.8: Deuxième cas : Cylindre limitant et Plan ajusté partiellement.	108
Figure IV.9: Deuxième cas : Cylindre limitant et Plan ajusté complètement.	108

Figure IV.10: Troisième cas : Plan et Cylindre ajustants.	108
Figure IV.11: Plan ajusté avant le Cylindre.	109
Figure IV.12: Exemple de calibre composé.	110
Figure IV.13: Position du calibre après l'ajustement du plan 1.	111
Figure IV.14: Position du calibre après l'ajustement du plan 2.	111
Figure IV.15: Plans ajustés hiérarchiquement - Cylindres pas encore ajustés.	111
Figure IV.16: Calibre formé de deux plans parallèles.	116
Figure IV.17: Calibre formé de deux plans sécants.	117
Figure IV.18: Exemple de mesure de dimension fonctionnelle.	121
Figure IV.19: Exemple de mesure de distance.	121
Figure IV.20: Mesure d'un défaut de battement radial.	122
Figure IV.21: Exemple de tolérance de position.	123
Figure IV.22: Mesure de la dimension fonctionnelle de l'alésage.	123
Figure IV.23: Mesure du défaut de position.	123
Figure IV.24: Surfaces palpées.	124
Figure IV.25: Surfaces identifiées.	125
Figure IV.26: Repère de référence initial.	125
Figure IV.27: Construction du calibre composé.	126

CHAPITRE V Un exemple industriel

Figure V.1: Dessin (simplifié) du porte-satellites.	147
Figure V.2: Calibre fonctionnel virtuel.	148
Figure V.3: Calibre matériel pour la spécification (1).	148
Figure V.4: Calibre matériel pour la spécification (2).	149
Figure V.5: Influence du défaut du cylindre de référence sur l'ajustement.	154

INTRODUCTION

La maîtrise des défauts géométriques des pièces manufacturées est une condition primordiale de la qualité en industrie.

Il ne s'agit pas de réduire à tout prix les défauts géométriques des pièces fabriquées mais plutôt d'être capable, d'une part de déterminer quels sont les défauts maximums qui permettent tout de même à la pièce de fonctionner dans des conditions données, et d'autre part d'être capable de contrôler que les défauts des pièces fabriquées ne sont pas supérieurs à ces défauts maximums.

Le développement de la production en série, et le besoin d'interchangeabilité des pièces qu'elle suppose, a nécessité dès la fin du siècle passé la création puis la normalisation de modèles des défauts de la géométrie des pièces permettant d'exprimer les défauts maximums tolérables.

Le modèle le plus connu est le «système ISO» de tolérances, destiné à exprimer les défauts maximums que l'assemblage de deux pièces cylindriques (ou parallélépipédiques) peut tolérer pour des conditions de fonctionnement données (exemple : «guidage précis»). Cependant il est limité au tolérancement de la forme et de la dimension de deux surfaces cylindriques (ou parallélépipédiques) devant s'assembler.

Progressivement d'autres «modèles» ont été ajoutés aux normes de cotation pour pouvoir exprimer d'autres types de défauts.

Les défauts qu'ils définissent devant nécessairement être contrôlés, les modèles créés sont basés sur les moyens de contrôle traditionnels jusqu'alors existant, et regroupés sous le terme de «contrôle au marbre».

C'est ainsi, que les différents «modèles», qui constituent aujourd'hui la **cotation normalisée**, sont basé sur :

- L'utilisation de calibres.
- L'utilisation d'instruments de mesure de dimensions linéaires (pied à coulisse, micromètre, etc.).
- L'utilisation d'éléments de métrologie, tels que les marbres, les équerres, les piges calibrées, qui «ajustées» (on dit aussi «associées») aux surfaces de la pièce fabriquée, servent de références pour contrôler les défauts.

Cette origine de la cotation normalisée fait que d'une part, elle n'est pas toujours facile à utiliser pour exprimer les conditions fonctionnelles que la pièce fabriquée doit remplir et d'autre part elle comporte différentes ambiguïtés dues à l'aspect informel des méthodes de contrôles traditionnels (Comment est mesuré le diamètre «local» d'un arbre ? Comment est posée la surface fabriquée sur le marbre ? etc.).

Mais aujourd'hui, le «contrôle au marbre» est de plus en plus souvent remplacé par un contrôle numérique sur **Machines à Mesurer Tridimensionnelles** (M.M.T.), plus fiable, plus rapide et plus économique [ROU 91a].

Ces machines permettent de numériser, dans un repère fixe par rapport à la pièce, les coordonnées de points palpés sur sa surface. Un logiciel permet ensuite le traitement de ces points.

Le principe des logiciels équipant ces machines est de calculer la position et la dimension d'une surface théorique simple (plan, cylindre, cône, sphère) représentant «au mieux» (au sens des moindres carrés) l'ensemble des points palpés d'une surface de la pièce (surface plane, alésage, etc.).

La métrologie que permettent ces logiciels est alors très différente de la métrologie traditionnelle au marbre et du coup, elle ne correspond plus aux définitions de la cotation normalisée.

On a donc aujourd'hui une sorte «d'incompatibilité» entre les spécifications qu'il est possible d'exprimer par la cotation normalisée, et les méthodes qui sont utilisées pour les contrôler sur les machines à mesurer tridimensionnelles.

L'origine de la cotation explique certes une partie de cette «incompatibilité» cependant la cause en est davantage la pauvreté conceptuelle de la métrologie permise par les logiciels existant.

Le sujet des travaux que nous présentons ici est le développement d'un modèle conceptuel plus riche pour la métrologie numérique tridimensionnelle.

Le point de départ de ces travaux est l'impossibilité de reproduire, avec les logiciels de métrologie existant, les contrôles permis par l'utilisation de calibres matériels.

Les calibres de contrôle ont l'avantage de contrôler de façon très simple des conditions fonctionnelles relativement complexes comme l'assemblage de pièces entre-elles suivant plusieurs surfaces.

L'idée fondamentale du modèle que nous avons développé est de reproduire le contrôle par calibre :

Les points palpés sur la surface de la pièce à contrôler constituent une «image» de celle-ci.

Le modèle que nous proposons a pour objectif de permettre la construction «virtuelle» d'un calibre de contrôle. Techniquement, ce calibre sera défini grâce aux menus d'un logiciel. Par opposition au calibre matériel, nous utiliserons le terme de **calibre virtuel** pour désigner la construction conceptuelle et informatique d'un calibre.

L'assemblage physique entre une pièce fabriquée et son calibre de contrôle est alors reproduit «informatiquement» par le calcul de l'assemblage entre le calibre virtuel et l'image de la pièce représentée par les points palpés.

Nous avons baptisé ce modèle conceptuel, le **modèle calibre**. Nous verrons que par sa richesse il étend largement les possibilités classiques des calibres matériels.

Nous avons donc structuré ce mémoire de la façon suivante :

Au premier chapitre, nous étudierons en détail la cotation normalisée. Notre premier objectif est de mettre en évidence les concepts nécessaires à son contrôle.

Cette étude nous permettra également de dégager les deux approches (les deux «philosophies») de tolérancement que permet, à notre sens, la cotation normalisée. Nous étudierons en particulier les ambiguïtés de l'approche «forme, dimension, position» pour laquelle nous proposerons de nouvelles définitions.

Le deuxième chapitre, nous permettra d'introduire les concepts théoriques, issus de travaux de recherches précédents, sur lesquels repose le modèle calibre et son implémentation informatique. Il s'agit essentiellement du **modèle des S.A.T.T.** (modèle des Surface Associées Topologiquement et Technologiquement) [CLE 94] et du **modèle des petits déplacements** [BOU 87].

Au troisième chapitre, nous aborderons le contrôle tridimensionnel des pièces manufacturées. Les avantages et les inconvénients du contrôle par calibre matériel

seront discutés. Puis nous présenterons le principe de fonctionnement des machines à mesurer tridimensionnelles et mettrons en évidence les limites des logiciels équipant ces machines.

Le quatrième chapitre concerne le modèle calibre que nous proposons. Nous décrirons ce modèle, illustrerons son utilisation en métrologie tridimensionnelle, et présenterons les méthodes de calcul utilisées pour sa mise en oeuvre informatique. Nous terminerons ce chapitre par la présentation de la maquette informatique que nous avons développée, implémentant le modèle calibre.

Le cinquième et dernier chapitre permettra d'illustrer, sur une pièce industrielle, l'utilisation du modèle calibre et les performances numériques de la maquette informatique.

CHAPITRE I

La cotation

Ce chapitre présente une étude détaillée de la cotation normalisée. L'objet de cette étude est de dégager les deux approches de tolérancement existant dans la cotation normalisée.

Après l'introduction, au paragraphe 1, de quelques notions et termes utiles à l'étude de la cotation, nous présenterons, au paragraphe 2, la première approche du tolérancement normalisé qui consiste à définir et à tolérer les trois défauts d'une surface réelle : Sa forme, sa dimension et sa position.

Cette première approche, ainsi que la seconde en partie, nécessite de définir des éléments de référence sur la pièce réelle. Le paragraphe 3 est une étude de toutes les possibilités offertes par la cotation normalisée permettant de définir des éléments de références à partir des surface réelles de la pièce. Cette présentation permettra en particulier de mettre en évidence l'importance de la notion d'**ajustement** d'une surface théorique à la surface réelle pour ces constructions.

La deuxième approche du tolérancement, présentée au paragraphe 4, ne fait pas une séparation des défauts comme la première approche : La surface réelle est «comparée» à une surface théorique modèle. Les tolérances normalisées correspondant à cette approche (tolérances de battement total, exigences du maximum et du minimum de matière) sont des spécifications directes de conditions fonctionnelles. Le modèle calibre est issu de cette approche.

Au cours de l'étude de la cotation normalisée, différentes ambiguïtés seront relevées. Le paragraphe 5 reviendra sur celles-ci en s'attachant en particulier à

montrer que «l'interprétation» normalisée, que nous appelons la **sémantique**, des tolérances de forme, de dimension et de position de la première approche, est très difficile à formaliser et en tout cas n'est pas adaptée à la cotation fonctionnelle.

Aussi, après une présentation, au paragraphe 6, des principaux travaux de recherche sur la sémantique du tolérancement, nous proposerons, au paragraphe 7, une nouvelle sémantique pour les tolérances de forme, de dimension et de position, inspirée de certains travaux précédents et basée sur un nouveau critère d'ajustement. Nous étudierons les implications de cette nouvelle sémantique sur la cotation fonctionnelle et sur le contrôle dimensionnel.

1 - **Introduction à la présentation de la cotation normalisée**

La cotation normalisée est le résultat d'évolutions successives.

Elle se compose d'un ensemble de concepts tous présentés sur des exemples. Malgré un soucis de généralisation à partir de ces exemples, l'utilisation des concepts normalisés sur des cas non présentés par la norme pose souvent des problèmes d'application.

Faute d'un vocabulaire précis, les explications écrites de la norme, qui utilisent le terme «d'élément» pour désigner des choses très différentes, sont souvent ambiguës.

C'est pourquoi nous commençons par introduire un vocabulaire très simple, lié à la représentation conceptuelle de la géométrie des pièces, dont la seule finalité est de permettre une présentation plus précise des concepts normalisés.

1.1 - **Introduction d'un vocabulaire et problématique de la cotation**

De part les procédés de fabrication, la surface des pièces manufacturées est considérée en conception et en cotation comme une composition de plusieurs surfaces élémentaires.

Les principales surfaces élémentaires rencontrées en mécanique sont le plan, le cylindre, le cône et la sphère :

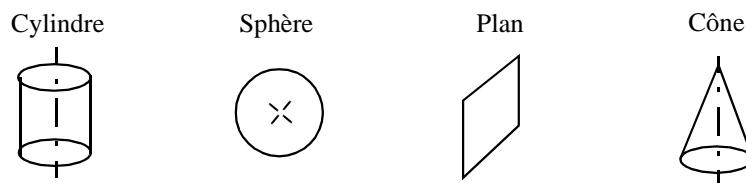


Figure I.1: Les principales surfaces élémentaires.

Le concepteur d'une pièce mécanique commence par définir sa géométrie théorique en dimensionnant toutes les surfaces élémentaires composant la surface

de la pièce et en les positionnant les unes par rapport aux autres. Cette première opération est appelée le **dimensionnement**.

La géométrie théorique est entièrement définie par deux types de dimensions :

- Les dimensions intrinsèques des surfaces élémentaires : Diamètre du cylindre, angle du cône, etc.
- Les dimensions permettant de positionner les surfaces élémentaires entre-elles : Distance entre deux plans parallèles, angle entre l'axe d'un cylindre et un plan, etc.

Les surfaces élémentaires sont positionnées entre-elles grâce à des éléments géométriques caractéristiques : Le cylindre est positionné par son axe; la sphère par son centre; le cône par son axe et par un point défini sur l'axe, par exemple le sommet du cône.

Etant donné que ces éléments géométriques caractéristiques, permettent de définir la position des surfaces, nous les appellerons les **éléments positionnels**.

La définition de la position du plan ne fait intervenir aucun autre élément que le plan lui-même. L'élément positionnel du plan est le plan lui-même.

Nous appelons les dimensions permettant de positionner les surfaces entre-elles, au travers de leurs éléments positionnels, les **paramètres positionnels**.

Sur le dessin d'une pièce, la plupart des paramètres positionnels sont donnés implicitement par le dessin. Les autres sont indiqués par une cote.

Sur l'exemple ci-dessous, les paramètres implicites sont les angles entre les plans et l'angle entre les cylindres :

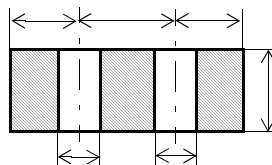


Figure I.2: Géométrie théorique.

Les surfaces de la pièce fabriquée sont imparfaites :

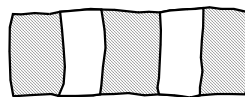


Figure I.3: Géométrie fabriquée, imparfaite.

Le concepteur doit donc définir les limites des géométries imparfaites permettant tout de même le fonctionnement de la pièce dans les conditions définies par le cahier des charges ou choisies par le concepteur.

Autrement dit il s'agit de tolérer des écarts entre la géométrie fabriquée et la géométrie parfaite définie par le dimensionnement.

On réalise alors le **tolérancement** de la pièce.

La cotation est l'ensemble du dimensionnement et du tolérancement.

Les outils de tolérancement qu'offrent la cotation normalisée permettent, à notre sens, deux approches différentes du tolérancement :

La première approche s'appuie sur une définition des défauts de forme, de dimension et de position d'une surface réelle. Elle consiste à tolérer ces trois défauts pour chaque surface élémentaire de la pièce. C'est l'approche «classique» du tolérancement normalisé. Nous la présentons en détail au paragraphe 2.

La deuxième approche consiste à comparer la géométrie réelle de la pièce avec une géométrie théorique. Certaines contraintes par rapport à la géométrie théorique doivent être respectées par la géométrie réelle. Dans cette approche les défauts des surfaces élémentaires sont considérés globalement. L'utilisation de l'**exigence du maximum de matière** aboutit à un tolérancement de ce type. De même les **tolérances de battement** font également parties de cette approche. Nous présenterons ces tolérancements au paragraphe 4.

Ces deux approches ne sont pas opposées car elles s'adressent normalement à des conditions fonctionnelles différentes.

2 - Première approche : Tolérancement de la forme, de la dimension et de la position des surfaces élémentaires

Chaque surface élémentaire est tolérée en forme, en dimension (sauf le plan) et en position. La norme fournit pour cela deux moyens graphiques : Le **tolérancement dimensionnel**, représenté par une cote tolérée, et le **tolérancement géométrique**, représenté par un *cadre de tolérance*.

La dimension est tolérée par le *tolérancement dimensionnel*.

La forme et la position sont tolérées par le *tolérancement géométrique*.

Pour illustrer notre propos nous considérerons le tolérancement d'un cylindre intérieur représentant un alésage. Les tolérances de forme, de dimension et de

position s'inscrivent sur le dessin de la façon suivante (la position du cylindre par rapport au plan s'exprime sur cet exemple par une tolérance de perpendicularité) :

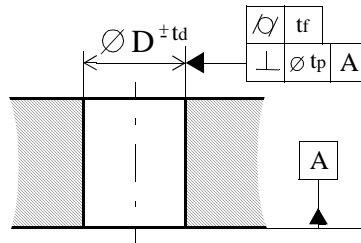


Figure I.4: Tolérance de forme, de dimension et de position.

La tolérance de position est relative à une position théorique définie par une autre surface, nommée par la lettre A. Nous y reviendrons au paragraphe qui concerne la tolérance de position.

Sur la surface réelle rien ne permet de distinguer naturellement le défaut de forme, le défaut de dimension et le défaut de position. La norme précise donc la **signification**, qu'elle appelle encore l'**interprétation**, de ces trois tolérances par rapport à la surface réelle.

Le tolérancement comprend donc un aspect syntaxique, qui est son écriture sur le dessin, et un aspect sémantique, qui est sa signification par rapport la surface réelle.

Nous présentons dans les paragraphes suivants, la sémantique normalisée associée à chacune des trois tolérances.

2.1 - Tolérancement de la dimension

La dimension d'une surface est tolérancée par une tolérance dimensionnelle linéaire ou angulaire. La signification de celle-ci est décrite par la norme internationale ISO 8015 [E04-561].

2.1.1 - Dimension linéaire

Pour les dimensions linéaires, la tolérance dimensionnelle limite les *dimensions locales réelles (mesures entre deux points) de l'élément mais pas ces écarts de forme...* [E04-561]

La norme précise que le terme *élément* désigne ici soit une surface cylindrique soit une paire de surfaces nominalement planes et parallèles [E04-561]. La sphère est oubliée !

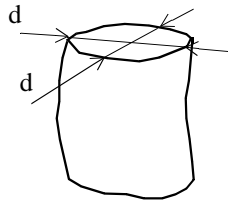


Figure I.5: Sémantique de la tolérance dimensionnelle linéaire.

Chaque dimension locale mesurée doit être dans l'intervalle de tolérance.

La norme ajoute, qu'étant donné qu'une tolérance dimensionnelle linéaire ne limite pas le défaut de forme de la surface, *Les écarts de forme doivent être limités par les critères suivants* :

- tolérances de forme indiquées individuellement;
- tolérances géométriques générales;
- exigence de l'enveloppe.

Cette sémantique est relativement ambiguë car la notion de *dimension locale* n'a pas de définition précise dans la norme. Autrement dit, on ne donne pas la manière de mesurer une dimension locale.

2.1.2 - Dimension angulaire

L'interprétation d'une tolérance dimensionnelle angulaire est également donnée dans la norme ISO 8015 [E04-561].

Elle indique que la tolérance angulaire limite l'orientation des droites en contact avec les surfaces ou les lignes réelles sujets au tolérancement. L'illustration suivante est donnée .:

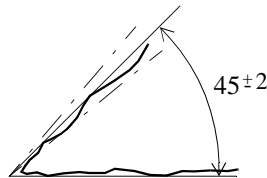


Figure I.6: Interprétation normalisée d'une tolérance angulaire.

Cette présentation soulève plusieurs questions :

- Si les surfaces concernées sont des surfaces nominalement planes, quelles lignes réelles doit-on considérer ?

- Si l'une d'elles est un cylindre (angle entre l'axe d'un trou et une surface plane), la «ligne réelle» est alors son «axe». Comment est-elle construite et que signifie la «ligne en contact» par rapport à cette «ligne réelle» ?

Il apparaît donc que pour les dimensions angulaires, la signification du tolérancement dimensionnel est très ambiguë. On remarque d'ailleurs que pour les surfaces coniques, la norme [NF E 04-557] ne tolérancé pas l'angle mais seulement un défaut de forme par rapport à un cône théorique d'angle fixé.

2.2 - Tolérancement de la forme

La tolérance de forme limite la valeur maximale autorisée sur le défaut de forme.

La norme définit le défaut de forme d'une surface comme étant l'écartement entre deux surfaces théoriques «parallèles», entre lesquelles est enfermée la surface réelle (plans parallèles, cylindres et cônes coaxiaux, sphères concentriques). Ces surfaces doivent être choisies de manière à ce que leur écartement soit minimal [NF E 04-552].

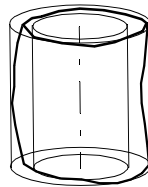


Figure I.7: Sémantique de la tolérance de forme.

Pour le cylindre, on doit déterminer les diamètres et l'orientation des deux cylindres qui conduisent à un écart entre eux minimal.

Les surfaces théoriques ainsi obtenues sont telles que chacune est en contact avec la surface réelle en un ou plusieurs points (l'une à l'intérieur de la matière et l'autre à l'extérieur) et pour chacune d'elles, le ou les points de la surface réelle les plus éloignés sont les points en contact avec l'autre surface théorique. Comme les surfaces sont telles que l'écart entre-elles est minimal, chacune d'elles est telle qu'elle minimise l'écart maximal entre elle et la surface réelle.

Cette autre présentation permet d'introduire la notion d'**association** (ou d'**ajustement**) et de **critère d'association** (ou d'**ajustement**) : Le défaut de forme est la distance du point de la surface réelle le plus éloigné d'une surface théorique, associée (ou «ajustée») à la surface réelle de manière à minimiser cette distance. Le critère d'association de la surface théorique défini par la norme est donc : «Minimiser l'écart maximal».

Etant donné que ce critère permet d'obtenir la valeur minimale de l'écart maximal, c'est à dire la valeur minimale pour le défaut de forme, il est

généralement appelé le **critère du défaut de forme minimal**. Tout autre critère d'association conduira forcément à un défaut de forme supérieur.

2.3 - Défaut de forme limité par l'Exigence de l'enveloppe

L'exigence de l'enveloppe est un moyen de limiter le défaut forme au travers de la tolérance dimensionnelle. Cette exigence n'est applicable qu'aux dimensions linéaires : Cylindre ou paire de surfaces nominalement planes et parallèles (voir paragraphe 2.1.1).

L'exigence de l'enveloppe est indiquée par le symbole «E» encerclé placé à coté de la cote de la dimension tolérancée.

La signification de l'exigence de l'enveloppe appliquée à une tolérance dimensionnelle est la suivante [E04-561] :

- Chaque dimension locale doit respecter l'intervalle de tolérance.
- La surface réelle est astreinte à ne pas franchir une enveloppe théorique dont la dimension est égale à la valeur limite correspondante au maximum de matière autorisée par la tolérance dimensionnelle (dimension maximale de la tolérance dans le cas d'un arbre).

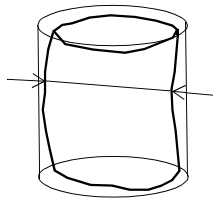


Figure I.8: Exigence de l'enveloppe.

Le fait que la surface réelle ne franchisse pas l'enveloppe implique qu'aucune de ses dimensions locales ne dépasse la dimension de l'enveloppe, c'est à dire la dimension limite au maximum de matière autorisée par la tolérance.

La signification de l'exigence de l'enveloppe peut donc se présenter d'une autre façon :

Pour une surface extérieure (arbre) :

- La surface ne doit pas dépasser l'enveloppe de forme parfaite et de dimension égale à la dimension maximale autorisée par la tolérance (minimale pour une surface intérieure).
- Aucune dimension locale réelle ne doit être inférieure à la dimension minimale autorisée par la tolérance (maximale pour une surface intérieure).

Présentée ainsi, l'exigence de l'enveloppe correspond alors à l'interprétation d'une tolérance dimensionnelle suivant le «principe de Taylor». Ce principe d'interprétation s'adresse à la vérification des tolérances d'ajustement du «système

ISO» [NF ISO 286-1]. Il s'exprime sous la forme d'un contrôle par calibre «entre / n'entre pas»; mais sa vérification peut utiliser des instruments de mesure ainsi que le prévoit la norme [NF E 02-200]. Le calibre «entre» matérialise l'enveloppe que ne doit pas franchir la surface réelle et le calibre «n'entre pas» correspond à la limite minimale (pour une surface extérieure) des dimensions locales.

2.4 - Tolérancement de la position

La syntaxe du tolérancement de position utilise deux familles de symbole : Les *tolérances de position (localisation, symétrie et coaxialité/concentricité)* et les *tolérances d'orientation (perpendicularité, inclinaison et parallélisme)*.

Une tolérance d'orientation peut ne définir qu'en partie la position d'une surface par rapport à une autre.

Que le symbole appartienne à l'une ou à l'autre des deux familles, il s'agit de tolérer partiellement ou complètement la position de l'élément positionnel de la surface; c'est pourquoi nous utiliserons de façon générique le terme de tolérance de position.

Les positions théoriques des surfaces sont définies par leurs éléments positionnels, positionnés entre-eux par les paramètres positionnels (dimensions linéaires et angulaires implicites ou explicites sur le dessin).

Le principe général du tolérancement de position consiste à prendre en référence les éléments positionnels de certaines surfaces pour tolérer la position des autres surfaces. Ce tolérancement s'exprime alors par une **zone de tolérance** à l'intérieur de laquelle doit se trouver l'élément positionnel de la surface dont la position est tolérancée.

Cependant, les éléments positionnels n'ont pas d'existence réelle sur les pièces fabriquées. La norme considère donc deux façon différentes de les construire selon que la surface serve de référence ou bien que sa position soit tolérancée.

Dans le cas où la surface sert de référence, l'élément positionnel qui est considéré est celui de la surface théorique associée à la surface réelle.

Tandis que si la surface est tolérancée, la norme considère un élément construit à partir de la surface réelle d'une façon mal précisée et représentant «l'élément positionnel réel». Par exemple, dans le cas d'un cylindre, la norme considère l'*axe réel* de la surface, sans donner de définition à cet élément.

La norme permet de prendre en référence les éléments positionnels des six surfaces suivantes : Le plan, le cylindre, le cône, la sphère, l'entité formée de deux plans parallèles et l'entité formée de deux plans sécants.

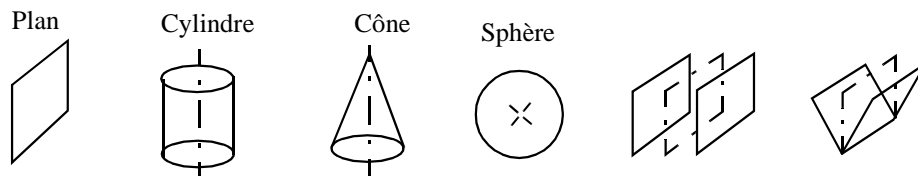


Figure I.9: Surfaces de référence dans les exemples normalisés.

Nous étudierons au paragraphe 3 comment est associée la surface théorique définissant la référence pour chacune de ces six surfaces.

La position d'une surface peut aussi être tolérancée par rapport à plusieurs surfaces de référence constituant ensemble soit une «référence unique» soit un **système de références**. Ceci sera présenté en détail au paragraphe 3.

Constatons, que dans les exemples normalisés, les tolérances de position (et d'orientation) ne sont présentées que pour les trois surfaces suivantes : Le plan, le cylindre et l'entité formée de deux plans parallèles.

Pour le plan, une tolérance de position s'exprime par une *zone de tolérance* limitée par deux plans parallèles (en position théorique par rapport à l'élément de référence) entre lesquels doit rester comprise la surface réelle. La norme considère donc que l'élément positionnel d'une surface plane est la surface elle-même.

Pour le cylindre, aucune indication sur la construction de «l'axe réel» n'est donnée par la norme. «L'axe réel» est représenté sur les illustrations normalisées par une ligne en trait mixte qui suit globalement la forme du cylindre.

Les normes relatives à la vérification dimensionnelle, [NF E 10-105] et suivantes, proposent deux méthodes de contrôle qui correspondent à deux méthodes différentes de construction de l'élément positionnel tolérancé :

- Le plus simple consiste à considérer l'orientation d'un élément de contrôle ajusté à la surface; par exemple une pige ajustée dans l'alésage à contrôler. La haute qualité de forme de l'élément de contrôle permet de considérer que ce dernier matérialise une surface théorique associée à la surface réelle. On contrôle alors la position de l'élément positionnel de cette surface associée [NF E 10-105].

Cette méthode n'est donc pas conforme à l'interprétation normalisée d'une tolérance de position; c'est pourquoi les normes relatives au contrôle dimensionnel précisent qu'elle n'est utilisable que si la surface a un défaut de forme relativement faible devant la tolérance de position.

- La deuxième méthode revient à «construire» l'élément positionnel point à point. Les méthodes de contrôle décrites par les normes conduisent approximativement à considérer les centres de sections, palpées sur la surface réelle suivant l'orientation donnée par l'élément de référence.

Pour l'entité formée de deux plans parallèles, l'élément positionnel nominal est le plan de symétrie des deux plans parallèles. L'élément positionnel «réel» n'est pas clairement défini par la norme. Il s'agit approximativement des milieux des bi-points joignant les deux surfaces planes.

Par ailleurs, notons que la norme ne prévoit qu'un seul cas pour lequel les surfaces sont positionnées les unes par rapport aux autres sans surface de référence. Il s'agit de la localisation d'un groupe de deux ou plusieurs cylindres nominalement parallèles entre-eux. L'interprétation est présentée pour deux alésages : Les «axes réels» des deux alésages doivent pouvoir être contenus simultanément dans deux zones de tolérances cylindriques en position théorique entre-elles (axes parallèles et entre-axe théorique).

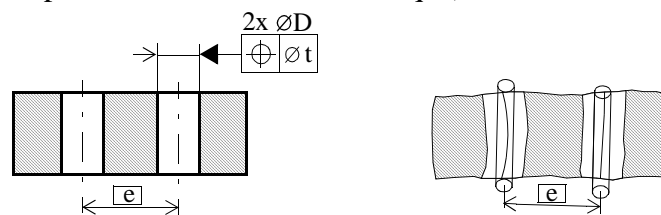


Figure I.10: Tolérance de position sans élément de référence.

Remarquons alors que l'obligation de choisir une surface en référence peut ne pas être fonctionnelle. Cette dernière illustration en est un exemple : Si les deux alésages ont le même rôle fonctionnel (exemple d'une bielle symétrique), l'obligation d'en choisir un comme référence pour tolérer la position de l'autre serait injustifié. Cependant la norme ne permet ce type de tolérancement de position (sans élément de référence) que pour les groupes de cylindres parallèles.

Notons que ce type de tolérancement n'est contrôlable ni par les moyens traditionnels de métrologie (métrologie au marbre), ni par les logiciels actuels des Machines à Mesurer Tridimensionnelles. Dans les deux cas, il est en effet nécessaire de choisir une surface de référence.

3 - Construction des références et des systèmes de références

Malgré l'existence d'une norme particulière [NF E 04-554], il n'est pas inutile de lire l'ensemble des normes relatives au tolérancement géométrique (Sept normes françaises) ainsi que certaines normes de vérification dimensionnelle (NF E 10-105) pour passer en revue toutes les possibilités offertes.

Nous avons structuré les différentes références normalisées à partir d'une réflexion sur la mise en position fonctionnelle des pièces mécaniques, donnée ci-dessous. La présentation que nous faisons ici est donc une vue personnelle des

références normalisées. Cette présentation a fait le sujet d'un exposé lors d'un séminaire sur la cotation [PAI 95a].

3.1 - Mise en position fonctionnelle

L'idée des références et des systèmes de références normalisés est de définir une mise en position de la pièce par rapport à des surfaces de forme parfaite.

Cette mise en position devra, autant que possible, correspondre à la mise en position fonctionnelle, soit de la pièce dans son mécanisme, soit d'une autre pièce sur celle-ci.

Dans la plupart des cas on est en présence d'un groupe de surfaces réalisant ensemble et globalement la mise en position de la pièce (exemple : les deux paliers cylindriques d'un arbre). Fonctionnellement, les surfaces constituent une seule surface. C'est une surface composée. Dans ce cas la référence pour le positionnement des autres surfaces de la pièce est l'élément positionnel de cette surface composée. La notion normalisée de *référence commune* a pour objectif de définir ce type de besoin.

Pour certaines pièces mécaniques une hiérarchie dans la mise en position est définie (c'est surtout le cas des pièces en liaison maintenue; exemple, un chapeau de carter en appui-plan puis centrage court). Dans ce cas, les autres surfaces de la pièce sont positionnées par rapport à un ensemble d'éléments positionnels de références en position nominale les uns par rapport aux autres. La notion de *système de référence* permet de «reproduire» ce type de mise en position.

3.2 - Etude des références normalisées

Différents termes sont normalisés : *Référence spécifiée*, *référence simple*, etc. Mais il n'y a pas de liens explicites entre ces définitions. Nous essayons dans ce paragraphe de faire une présentation structurée des concepts qu'elles définissent.

3.2.1 - Définitions normalisées [NF E 04-554]

L'élément qui sert de référence pour positionner une zone de tolérance est un élément géométrique théorique du type, point, droite ou plan. Nous l'appellerons dans la suite l'élément de référence, la norme ayant choisit de l'appeler simplement *référence* :

Référence ou référence spécifiée : élément géométrique unique (point, droite, plan) auquel se rapporte un élément tolérancé.

L'élément de référence peut être spécifié à partir d'une seule surface élémentaire ou de plusieurs. Il peut être utilisé seul ou comme composante d'un *système de référence*.

Si l'élément de référence est spécifié à partir d'une seule surface, on parle dans le langage normalisé de **référence simple** :

Référence simple : *Elément géométrique unique spécifié à partir d'un seul élément de la pièce.* (Le terme «élément de la pièce» signifie ici une surface élémentaire de la pièce).

Par contre si il est spécifié à partir de plusieurs surfaces élémentaires, selon le symbolisme utilisé sur le dessin, on parle, dans les normes, soit de **référence commune**, soit de **référence en zone commune** soit encore de **référence établie par un groupe d'éléments**. Seule la première de ces expressions fait l'objet d'une définition :

Référence commune : *Elément géométrique unique spécifié à partir de plusieurs éléments de la pièce.*

Un élément de référence, qu'il soit spécifié à partir d'une seule surface élémentaire ou de plusieurs, peut être utilisé comme composante d'un système de référence :

Système de référence : *Ensemble de plusieurs éléments géométriques en position théoriquement exacte, auquel se rapporte un élément tolérancé (par exemple dièdre ou trièdre de référence).*

Signalons de plus que la norme permet de spécifier un élément de référence à partir d'un ensemble de **références partielles** :

Référence partielle : *Point, ligne ou zone limitée de la pièce utilisé pour spécifier un élément géométrique.*

Nous ne détaillerons pas ce type d'indication.

Pour ces différentes notions, la norme s'efforce de définir d'une part comment est spécifié l'élément de référence sur le dessin, et d'autre part comment il est associé à la surface réelle.

Remarque : Cette présentation des définitions normalisées n'est pas conforme à celle de la norme [NF E 04-554]. En effet cette dernière ne présente pas la *référence simple* ou la *référence commune* comme définissant des éléments de références pouvant être utilisés dans un système de références. Ceci pourrait faire penser que les termes *référence simple* et *référence commune* désignent des références utilisées seules. Pourtant les exemples normalisés montrent que l'on

peut utiliser des *références simples* ou des *références communes* dans les systèmes de références. C'est pourquoi nous avons structuré ainsi les références normalisées.

3.2.2 - Elément de référence spécifié à partir d'une seule surface : La *Référence simple*.

Les normes [NF E 04-554] et [NF E 10-105] précisent comment est spécifiée une référence simple sur un dessin et comment est associé l'élément de référence à la surface réelle.

Nous rappelons, comme cela a été dit dans la remarque finale du paragraphe précédent, que l'association est décrite pour le cas où la référence simple est utilisée seule et pas comme composante d'un système de référence.

- Pour le plan, le triangle d'identification est placé *directement sur son contour ou sur son prolongement* [NF E 04-554] :



Figure I.11: Plan de référence.

L'élément de référence est le plan théorique en contact avec la surface réelle du coté extérieur de la matière : *Plan tangent à la surface réelle*. Si le plan peut avoir plusieurs positions la position de référence est la position moyenne qui répartit les écarts [NF E 04-554]. On note qu'il n'y a pas de critère précis pour associer le plan théorique à la surface réelle, ce qui peut conduire en pratique à plusieurs associations ! (Dans la précédente version de la norme [NF E 04-554] le critère d'association était celui du défaut de forme minimal).

- Pour le cylindre, comme pour toutes les autres surfaces, le triangle d'identification est placé *dans le prolongement de la ligne de cote* :

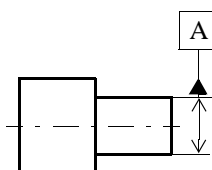


Figure I.12: Cylindre de référence.

L'élément de référence est l'axe du cylindre théorique de diamètre minimal circonscrit à l'arbre réel (ou de diamètre maximal inscrit dans un alésage).

- Pour la sphère, l'élément de référence est le *centre de la sphère enveloppe* :

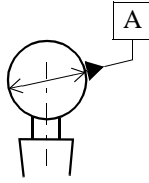


Figure I.13: Sphère de référence.

- Pour le cône, l'élément de référence est l'*Axe du cône s'adaptant le mieux à la surface réelle* :

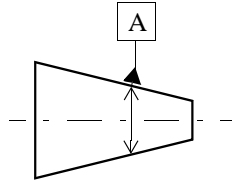


Figure I.14: Axe de référence.

Notons que l'association du cône théorique à la surface réelle est imprécise (il manque là aussi un critère d'association).

- Pour l'entité formée de deux plans parallèles ou de deux plans sécants, l'élément de référence est le *Plan médian (bissecteur) aux deux plans tangents à chacune des deux surfaces réelles* :

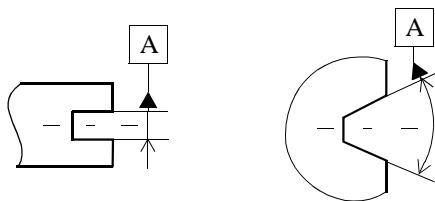


Figure I.15: Plan médian de référence.

Par ailleurs, il est possible de ne prendre en compte qu'une partie de la surface, en utilisant la notion de **zone restreinte**, indiquée de la façon suivante (cette *zone restreinte* peut également être utilisée pour l'élément tolérancé) :

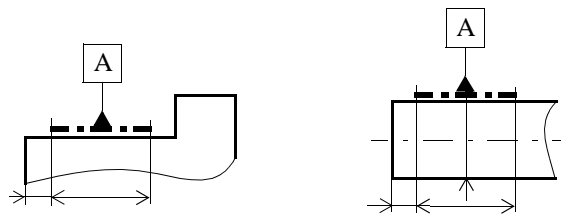


Figure I.16: Élément de référence en zone restreinte.

Dans ce cas la surface théorique à associer est limitée à la longueur du trait mixte.

Remarque : Cette présentation est un peu restrictive car la norme permet de spécifier d'autres éléments géométriques de référence, comme par exemple le centre d'un cercle circonscrit à un arbre.

3.2.3 - Élément de référence spécifié à partir de plusieurs surfaces élémentaires

On peut identifier trois types de spécifications normalisées dont le résultat est de donner un élément de référence construit à partir de plusieurs surfaces élémentaires. Il s'agit de [NF E 04-554] [NF E 10-105]:

- La **référence commune**,
- la **référence en zone commune**,
- et la **référence établie par un groupe d'éléments**.

Seule la **référence commune** fait l'objet d'une définition dans les normes, les deux dernières apparaissent comme des *indications particulières de référence commune* [NF E 04-554]. Pourtant le symbolisme est à chaque fois différent et la «construction» de l'élément de référence aussi. Nous étudions chacune d'elles dans les trois paragraphes qui suivent.

3.2.3.1 - La Référence commune

Selon la norme [NF E 04-554] la **référence commune** est un *Elément géométrique unique spécifié à partir de plusieurs éléments de la pièce*. Mais cette définition correspond également aux deux autres spécifications (*référence en zone commune* et *référence établie par un groupe d'éléments*). En fait la norme utilise le terme de *référence commune* pour la syntaxe particulière suivante :

Chaque surface élémentaire servant à la définition de l'élément de référence est identifiée par une lettre et toutes les lettres sont reliées entre-elles par un tiret dans le *cadre de tolérance*.

Exemple, l'axe commun à deux cylindres :

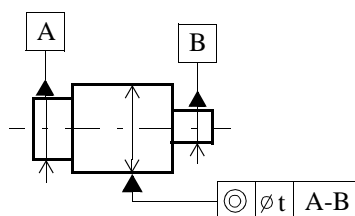


Figure I.17: Référence commune.

La nature de l'élément de référence n'est pas toujours facile à identifier sur les exemples présentés par les normes.

Son association aux surfaces réelles n'a pas de définition générale. La norme donne des indications pour certains des exemples présentés. Ainsi, pour l'exemple

ci-dessus, la norme précise que la référence est l'axe des deux cylindres coaxiaux circonscrits aux surfaces réelles [NF E 04-554].

Autrement dit la référence commune est l'axe de la surface composée de deux cylindres coaxiaux, associée aux deux paliers réels. Cependant le critère d'association n'est pas précisé par la norme. En effet, il existe plusieurs couples de cylindres coaxiaux pouvant être circonscrit aux surfaces réelles.

3.2.3.2 - La référence en zone commune

Avec le tolérancement géométrique il est possible de spécifier que la zone de tolérance est «commune» aux différents éléments tolérancés indiqués (en écrivant «Zone commune» au dessus du cadre de tolérance) :

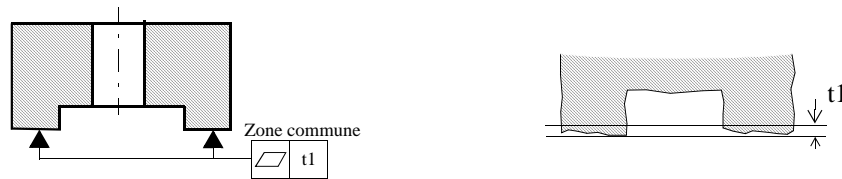


Figure I.18: Zone de tolérance commune.

Dans cet exemple, cette spécification signifie que les surfaces réelles doivent pouvoir être contenues entre deux plans parallèles théoriques espacés de t_1 .

La norme présente alors deux exemples de *références en zone commune* :

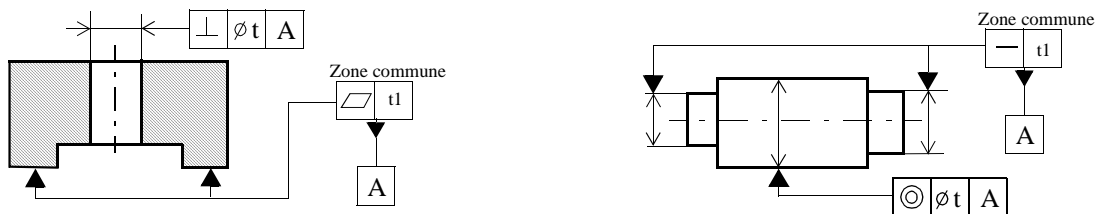


Figure I.19: Référence en zone commune.

La référence est dans le premier cas le plan théorique en appui sur les surfaces réelles et dans le second l'axe de la zone de tolérance englobant les axes des deux paliers extrêmes [NF E 04-554]. Du point de vue du contrôle cette dernière interprétation risque d'être difficile à respecter !

On note que les deux seuls exemples de *référence en zone commune*, donnés par la norme, ont leur équivalent en référence commune. Aussi, nous pensons qu'il est préférable d'éviter ce type d'indication.

3.2.3.3 - La référence établie par un groupe d'éléments

Dans son chapitre «Systèmes de références», la norme [NF E 04-554] introduit la possibilité de prendre la position effective d'un groupe d'éléments comme composante d'un système de références. L'illustration choisie par cette norme

étant un peu compliquée, nous préférons présenter un exemple similaire de la norme [E 04-559] relative aux tolérances de localisation :

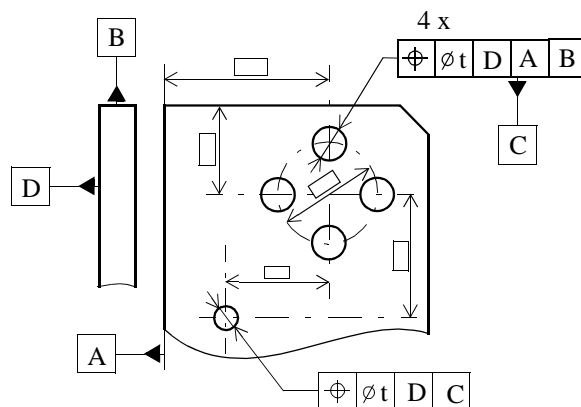


Figure I.20: Référence établie par un groupe d'éléments.

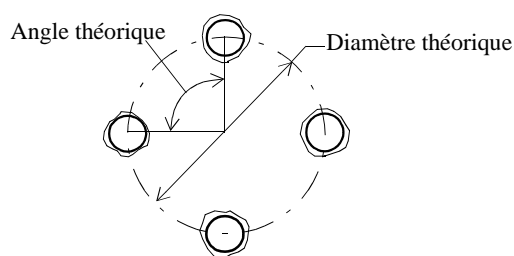
La *référence secondaire* (voir paragraphe 3.2.4) du système de référence D C de cet exemple, qui localise le petit trou, est un groupe de quatre alésages.

L'identification symbolique du groupe de quatre trous par la lettre C est très proche de celle utilisée pour les *références en zone commune* (la lettre est attachée au cadre de tolérancement du groupe de trous).

Cependant la construction de C est faite à la manière des *références communes*.

Ainsi la signification de ce type d'indication (donnée en annexe de la norme [E 04-559]) est la suivante :

Pour définir l'élément géométrique à partir des éléments réels, il convient de rechercher la position d'un groupe de cylindres, eux-mêmes en position théorique entre eux, ayant un diamètre identique, le plus grand possible, et entrant simultanément dans les éléments réels du groupe participant à la référence.



Dans le cas où le groupe de cylindres peut occuper plusieurs positions, la position de référence est la position moyenne qui répartit les écarts.

Par ailleurs, quant le groupe d'éléments intervient comme composante secondaire ou tertiaire du système de référence, ce groupe est en position théorique par rapport à la (ou aux) composante(s) primaire(s). [E 04-559]

Comme pour la *référence commune* (voir paragraphe 3.2.3.1), il s'agit d'associer une surface composée à un groupe de surfaces réelles et de considérer

son élément positionnel comme élément de référence (dans l'exemple présenté, l'axe central des quatre cylindres et l'orientation qu'ils définissent).

Lorsque le groupe est utilisé comme *référence secondaire* ou *tertiaire* dans un *système de références*, l'association doit en plus respecter une contrainte de position par rapport aux éléments précédents du système de référence.

Dans l'exemple présenté le système de références est construit en associant d'abord le plan puis ensuite un groupe de quatre cylindres en position théorique entre-eux et perpendiculaires au plan D

Notons que pour la construction de la référence établie par le groupe de trous (référence C), on ne tient pas compte de sa propre localisation : C est construit sans contrainte de position par rapport à A et B, car ces éléments ne font pas partie du système dans lequel C est employé.

3.2.4 - Système de références

Un système de références permet de reproduire une mise en position hiérarchisée. Dans ce cas l'élément tolérancé se réfère non pas à un élément de référence unique, mais à un ensemble de deux ou trois éléments de référence en position théoriques entre eux :

Système de référence : Ensemble de plusieurs éléments géométriques en position théoriquement exacte, auquel se rapporte un élément tolérancé (par exemple dièdre ou trièdre de référence). [NF E 04-554]

Chaque élément de référence correspond à l'élément positionnel d'une surface dans sa position théorique par rapport aux autres surfaces de référence. Un ordre sur les éléments de référence est défini correspondant à la mise en position souhaitée.

Les éléments de référence sont appelés, dans l'ordre, **référence primaire**, **référence secondaire** et **référence tertiaire**.

Dans l'exemple ci-dessous, la pièce est d'abord «appuyée» sur le plan A (*référence primaire*) puis ensuite sur le plan B (*référence secondaire*) :



Figure I.21: Exemple de système de référence.

Les éléments de référence peuvent être spécifiés à partir d'une seule surface (*référence simple*), c'est le cas de l'exemple ci-dessus, ou de plusieurs (*référence*

commune ou référence établie par un groupe d'éléments), c'est le cas de l'exemple de la figure I.20).

Des différents exemples de systèmes présentés par les normes, on peut tirer les règles générales de construction suivantes :

L'élément de référence primaire est associé à la surface réelle conformément à son type (*référence simple, commune, en zone commune ou établie par un groupe d'éléments*). C'est à dire avec le «critère d'association» défini par la norme pour ce type de référence.

L'élément de référence secondaire et tertiaire sont associés à leurs surfaces réelles conformément à leurs types mais en respectant une contrainte d'orientation ou de position par rapport aux éléments de référence précédents.

On retrouve donc, au niveau des systèmes de références, les ambiguïtés sur l'association des éléments de référence, relevés dans les paragraphes précédents.

Un système de références peut aussi se voir comme une surface composée théorique, devant être ajustée aux surfaces réelles de la pièce suivant une procédure hiérarchique. M. NIGAM, M. GUILFORD et M. TURNER ont illustré ceci avec l'exemple suivant [NIG 93] :

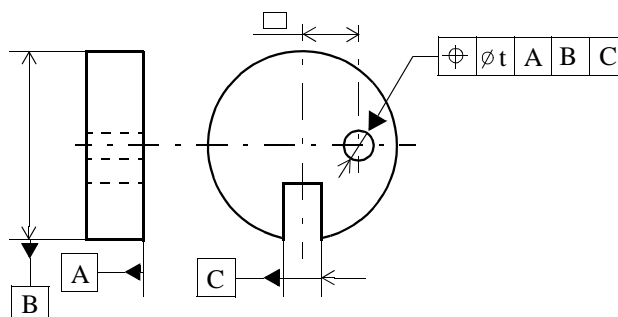


Figure I.22: Système de trois références.

La surface, réalisant le système de référence, est composée d'un plan (référence primaire) A, d'un cylindre perpendiculaire au plan (référence secondaire) B et d'une surface, composée de deux plans parallèles, perpendiculaire au plan et disposée symétriquement par rapport au cylindre (référence tertiaire) C.

On commence par ajuster le plan; la surface composée n'a plus que trois degrés de liberté par rapport à la pièce réelle (liaison plan sur plan). On ajuste ensuite le cylindre (diminution de son diamètre); la surface composée n'a plus qu'un seul degré de liberté (liaison pivot). Enfin on ajuste la surface composée des deux plans parallèles (augmentation de la distance entre les plans); le dernier degré de liberté est supprimé.

Remarque : Cette construction assez naturelle, n'est pourtant pas tout à fait conforme aux définitions normalisées : La référence C est selon la norme le plan bissecteur des deux plans ajustés individuellement aux flancs réels de l'encoche (voir paragraphe 3.2.2). Cependant cette construction ne peut pas être utilisée dans un système de référence.

Un exemple très similaire est donné en annexe de la norme [NF E 04-554] dans lequel la référence C est un dièdre (surface composée de deux plans sécants). Cependant la norme ne précise pas comment doit être construit le système de référence.

3.3 - Conclusion

A partir de l'étude des exemples normalisés, nous avons essayé de dégager une structure logique de construction des références et des systèmes de références. Nous résumons ici cette structure :

L'«élément de référence» est l'élément positionnel d'une surface théorique associée à la surface réelle.

Cette surface théorique peut être élémentaire, pour établir une *référence simple*, ou composée, pour établir une *référence commune* ou un *groupe d'éléments pris en référence*.

Si l'élément de référence est utilisé dans un système de références, l'association de la surface théorique à la surface réelle doit se faire en tenant compte de sa position nominale par rapport aux surfaces de référence qui la précède dans le système.

Les ambiguïtés liées aux références et aux systèmes de références sont dues d'une part à l'inexistence d'un critère d'association précis et d'autre part au manque de méthodes rigoureuses de construction des systèmes de références et des références communes.

Nous proposerons au paragraphe 7, un critère d'association unique qui supprime les ambiguïtés dues au manque de critère d'association.

D'autre part, nous verrons au chapitre IV que le modèle calibre constitue un support théorique rigoureux pour la définition et l'établissement des systèmes de références.

4 - Deuxième approche du tolérancement : Par comparaison avec une géométrie théorique

La norme offre certains outils de tolérancement dont la propriété est de ne pas séparer les trois défauts, forme, position et dimension.

L'approche du tolérancement est donc différente de l'approche «classique» décrite au paragraphe 2. Elle consiste à «comparer» la surface réelle, qui est sujette au tolérancement, à une surface théorique dont la position est fixée par la référence ou le système de références.

Nous plaçons, dans cette approche, le tolérancement utilisant l'*exigence du maximum de matière* (et celle du *minimum de matière*) ainsi que les *tolérances de battement* (défini par la norme comme la quatrième famille de *tolérances géométriques* après celle de forme, d'orientation et de position).

4.1 - Tolérance de battement total

Une tolérance de battement total permet d'englober le défaut de forme de la surface avec son défaut de position par rapport à une surface de référence.

Ce type de tolérance ne s'applique qu'aux pièces de révolution. Dans cet exemple, on tolérance le battement total de la partie droite de l'arbre par rapport à la partie gauche :

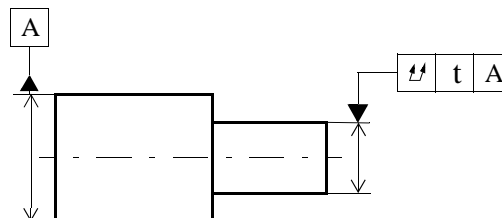


Figure I.23: Tolérance de battement.

Fonctionnellement il s'agit de limiter le battement d'une surface cylindrique ou plane, c'est à dire la différence entre le point «le plus haut» et le point «le plus bas», que l'on obtient en faisant tourner la pièce sur une autre surface cylindrique. Cette dernière est utilisée en référence et la tolérance permet de limiter l'écart entre «le point le plus haut» et «le point le plus bas» de la surface tolérancée, autrement dit l'écart maximal entre la surface tolérancée et la surface théorique en contact avec elle (sur le ou les points «les plus hauts») en position théorique par rapport à la référence.

Sur l'exemple ci-dessus on tolérances l'écart maximal entre l'arbre et le cylindre théorique de diamètre minimal, coaxial au cylindre de référence :

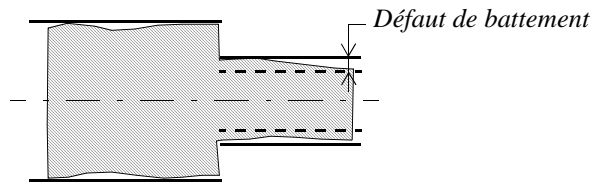


Figure I.24: Interprétation d'une tolérance de battement.

Avec cette spécification normalisée, on ne tolérances pas indépendamment la forme et la position de la surface, mais on «compare» directement la surface réelle à la surface théorique en position théorique par rapport à la surface de référence.

4.2 - Exigence du maximum de matière

4.2.1 - Exigence du maximum de matière appliquée à la surface tolérancée

L'exigence du maximum de matière permet de confondre les trois défauts d'une surface : Forme, dimension et position.

Elle est destinée au tolérancement des surfaces participant à une liaison ou à un assemblage de la pièce avec son mécanisme.

Elle ne peut s'appliquer qu'aux surfaces élémentaires caractérisées par une seule dimension linéaire, à savoir essentiellement le cylindre et l'entité formée de deux plans parallèles.

Le principe de l'exigence du maximum de matière est de définir une surface théorique, en position théorique par rapport à l'élément de référence ou au système de références, que la surface réelle tolérancée ne doit pas franchir.

Prenons comme exemple la pièce hachurée sur la figure suivante. La condition fonctionnelle est que cette pièce puisse s'assembler sur l'arbre en venant en appui sur le plan :

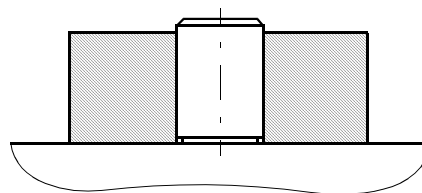


Figure I.25: Exemple d'application de l'exigence du maximum de matière.

Le moyen le plus simple de garantir que la pièce fabriquée respectera cette condition est de vérifier que lorsque la pièce est placée en appui sur un plan

théorique de référence, la surface de l'alésage ne franchit pas un cylindre théorique, perpendiculaire au plan, de diamètre fixé :

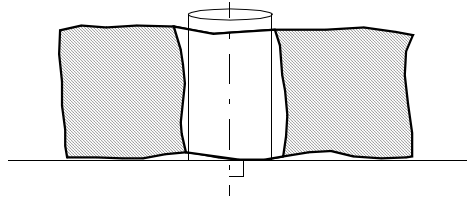


Figure I.26: Condition fonctionnelle de montage.

L'exigence du maximum de matière permet précisément de définir cette condition géométrique («comparaison» entre la géométrie réelle et une géométrie théorique). Cependant elle est définie de façon indirecte au travers d'une tolérance de position (ici de perpendicularité) :

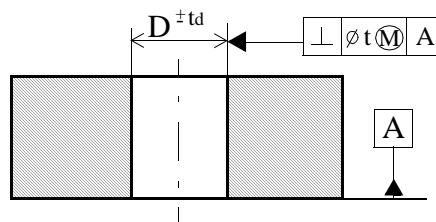


Figure I.27: Cotation suivant l'exigence du maximum de matière.

Le cylindre théorique «frontière» est présentée, par la norme, comme la conséquence de l'application de l'exigence du maximum de matière à la tolérance de position (ici la tolérance de perpendicularité).

Ceci peut être expliqué de la façon suivante : Si l'on explore toutes les orientations que peut avoir l'alésage lorsqu'il est à sa dimension au maximum de matière (c'est à dire de diamètre minimal autorisé par la tolérance dimensionnelle : $D_{min} = D - t_d$) par rapport à la zone de tolérance de diamètre t , on observe alors qu'une surface frontière de diamètre égale à $(D_{min} - t)$ n'est jamais dépassée. Cette surface frontière est appelée **état virtuel** dans la norme internationale ISO 2692 [E 04-555] :

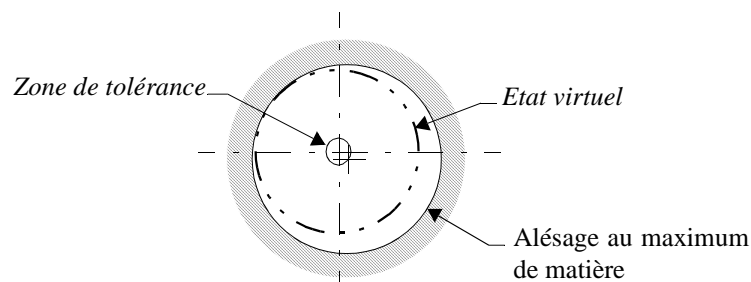


Figure I.28: Etat virtuel de l'alésage.

Si l'alésage à une dimension supérieure à la dimension au maximum de matière (dimension minimale), alors il peut avoir un défaut de perpendicularité plus grand que la tolérance indiquée sans pour autant franchir la surface frontière (l'**état virtuel**). Ceci conduit à la deuxième interprétation de l'exigence du maximum de

matière, souvent plus connue que la précédente (interprétation en termes de zone de tolérance) :

L'exigence du maximum de matière permet d'augmenter la valeur de la tolérance indiquée lorsque la dimension de la surface tolérancée s'écarte de sa dimension au maximum de matière. Cette augmentation est égale à la différence de ces deux dimensions. Dans ce cadre, la dimension de la surface, appelée ***dimension d'assemblage*** par la norme [E 04-555], est mesurée en considérant la surface théorique enveloppe de la surface réelle (plus grand cylindre entrant dans l'alésage).

Cette dernière interprétation est une expression indirecte de la condition d'assemblage. Contrairement à ce que semble suggérer la norme, elle n'est pas exactement équivalente à la précédente; ce résultat est maintenant établi [SRI 89b], [SRI 93]. Le contrôle suivant cette interprétation peut donc conduire à de mauvaises conclusions sur la conformité de la pièce, en particulier à cause de la «construction de l'axe réel» de l'alésage.

L'exigence du maximum de matière exige un contrôle par calibre; le calibre permettant de matérialiser l'*état virtuel* défini par la cotation. Pour l'exemple choisi, le calibre est composé d'un plan d'appui et d'une pige perpendiculaire au plan. Pour reproduire la référence, le plan du calibre doit être appuyé sur la pièce à contrôler.

Remarque :

Notons que l'exigence du maximum de matière ne peut être utilisé que pour le tolérancement :

- d'une seule surface cylindrique,
- d'une seule surface sphérique (bien que cela ne soit pas présenté par la norme),
- d'une seule entité formée de deux plans parallèles,
- ou d'un groupe de cylindres parallèles entre-eux.

4.2.2 - Tolérancement géométrique Zéro [E 04-555]

Suite à la présentation de l'interprétation de l'exigence du maximum de matière, la norme introduit la possibilité d'indiquer une valeur nulle pour la tolérance de position (tolérance de perpendicularité nulle sur l'exemple du paragraphe précédent). La ***dimension virtuelle*** (dimension de l'*état virtuel*) correspond alors directement à la dimension au maximum de matière autorisée par la tolérance dimensionnelle.

Cette cotation implique, sur l'exemple précédent, que si l'alésage est à sa dimension au maximum de matière, son défaut de position doit être nul (ainsi que son défaut de forme).

Cette cotation est encore plus fonctionnelle que la précédente. En effet, dans le cas précédent, si l'alésage à un défaut de position nul, il pourrait avoir un diamètre dépassant le diamètre au maximum de matière (c'est à dire un diamètre plus petit que le diamètre minimal autorisé) sans franchir pour autant l'état virtuel. Cependant, lorsque la tolérance dimensionnelle est imposée, il se peut que l'on ne puisse pas l'utiliser.

4.2.3 - Exigence du maximum de matière appliquée à la surface de référence

La norme prévoit la possibilité d'appliquer l'exigence du maximum de matière à une ou plusieurs surfaces de référence (en plus de son application à la surface tolérancée).

Voici un tel exemple de cotation :

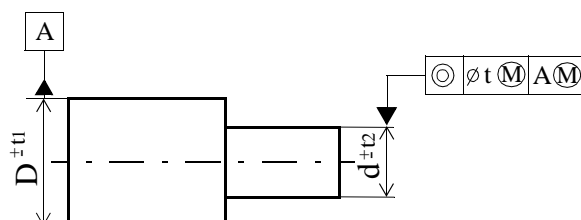


Figure I.29: Maximum de matière appliquée à la référence et l'élément tolérancé.

L'application du maximum de matière à la référence a le même effet que pour la surface tolérancée : Elle définit, pour la surface de référence, une surface frontière en position théorique par rapport aux autres surfaces frontières et dont la dimension est égale à la dimension au maximum de matière autorisée pour cette surface. Ainsi pour l'exemple ci-dessus, on obtient l'état virtuel (surface frontière) suivant :

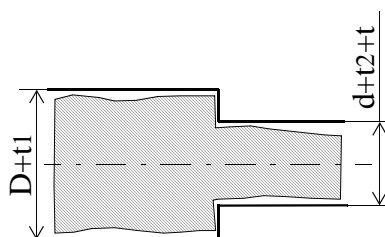


Figure I.30: Interprétation de la cotation au maximum de matière.

Donc, la surface de référence ne peut constituer une référence que si elle est à sa dimension au maximum de matière. La norme parle de *référence flottante* [E 04-555].

Cette cotation permet une «comparaison» entre la géométrie réelle de la pièce et une géométrie théorique «limite». Son contrôle nécessite l'emploi d'un calibre matérialisant l'état virtuel.

4.3 - Exigence du minimum de matière [ISO 2692 Amd.1]

L'exigence du minimum de matière, noté par un L encerclé, est tout à fait similaire à celle du maximum de matière. La différence réside simplement dans le fait que l'on considère l'état au minimum de matière au lieu de l'état au maximum de matière.

L'*état virtuel* («surface frontière») pour le minimum de matière est à l'intérieur de la matière comme on pourra s'en convaincre avec la figure suivante :

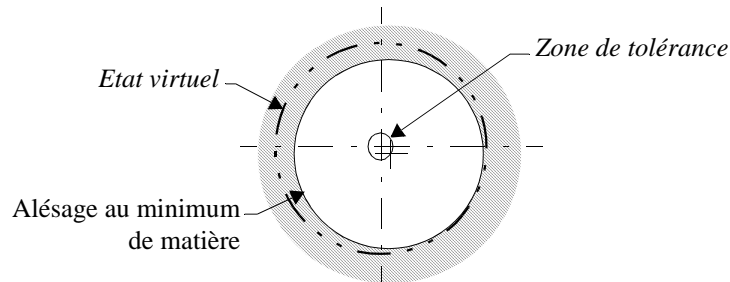


Figure I.31: *Etat virtuel* pour le minimum de matière de l'alésage.

La tolérance de position suivant l'exigence du minimum de matière est respectée si la surface réelle ne franchit pas l'état virtuel ainsi défini.

L'interprétation «en termes de zone de tolérance» est la même que celle de l'exigence du maximum de matière sauf que l'on considère la dimension au minimum de matière : La valeur de la tolérance indiquée peut être augmentée de la différence entre la *dimension d'assemblage* de la surface tolérancée et sa dimension au minimum de matière. (Les remarques faites sur ce type d'interprétation au paragraphe précédent restent valables pour l'exigence du minimum de matière).

La norme [ISO 2692 Amd.1] illustre l'utilisation de cette exigence sur une condition d'épaisseur minimale d'un tube.

Du point de vue de son contrôle, bien qu'il serait possible de fabriquer un calibre matériel correspondant à l'état virtuel au minimum de matière, il serait impossible de s'en servir. Seule une méthode numérique pourrait vérifier le non franchissement de l'état virtuel. A défaut, on est obligé d'utiliser l'interprétation «en termes de zone de tolérance».

4.4 - Généralisation de cette approche du tolérancement

M. SRINIVASAN et M. JAYARAMAN ont introduit l'idée qu'il pouvait être possible de définir un modèle de tolérancement basé sur des «constructions» théoriques de surfaces frontières, appelées «*frontières virtuelles*» [SRI 89a].

Le modèle qu'ils ont présenté permet de construire une géométrie théorique composée de surfaces élémentaires (plan, cylindres). Ils introduisent la possibilité

de demander à l'une d'entre elles de venir en contact le «plus proche possible» avec la surface réelle de la pièce qu'elle concerne.

Ce modèle généralise les «états virtuels» qui peuvent être définis par l'exigence du maximum de matière et celle du minimum de matière ainsi que l'établissement des éléments de référence. Ils concluent que le modèle pourrait être enrichi de manière à pouvoir spécifier d'autres conditions fonctionnelles que celle de l'assemblage et celle de l'épaisseur minimale de paroi.

Le modèle calibre que nous proposons au chapitre IV est assez proche de ce modèle.

5 - Analyse de l'approche «forme, dimension, position»

Nous avons présenté au paragraphe 2, l'approche «classique» du tolérancement normalisé consistant à tolérer indépendamment la forme, la dimension et la position de chaque surface élémentaire de la pièce.

Nous avons rappelé quelle était l'*interprétation* normalisée associée à chacune de ces trois tolérances.

On constate que seule la tolérance de forme a une *interprétation* non ambiguë :

- La tolérance de dimension est ambiguë lorsqu'elle concerne un angle et relativement ambiguë lorsqu'elle concerne une dimension linéaire.

En effet, dans ce second cas, la tolérance dimensionnelle limite les *dimensions locales réelles* de l'élément tolérancé, qui peut être soit une surface nominale cylindrique, soit une surface formée de deux plans en vis à vis; cependant la norme ne définit pas la notion de *dimension locale*, c'est à dire qu'elle ne précise pas comment doivent être mesurées ces dimensions.

- La tolérance de position est également ambiguë pour toutes les surfaces autres que le plan. En effet l'élément tolérancé est selon la norme l'élément positionnel «réel» de la surface (*axe réel, plan médian réel...*). Cependant la norme ne précise pas comment obtenir cet élément à partir de la surface réelle.

Par ailleurs, le paragraphe 3 nous a permis de constater que la construction des éléments de référence et des systèmes de références, nécessaires au tolérancement suivant l'approche «classique», présentait également des ambiguïtés.

Les organismes de normalisation sont conscients de ces lacunes [KOP 93] et des réflexions sont actuellement menées pour tenter de les combler.

En ce qui concerne l'interprétation des tolérances de position et celles de dimension, nous souhaitons faire ici quelques remarques tendant à montrer que la

solution à ces problèmes n'est pas dans la définition plus précise des notions de *dimension locale* et «d'élément positionnel réel».

L'interprétation d'une tolérance dimension linéaire en termes de *dimensions locales* ne correspond à aucune condition fonctionnelle réelle. Il est parfois avancé qu'elle est utile lorsque la forme n'est pas fonctionnelle, en prenant comme exemple la condition de résistance mécanique. En fait, pour cette condition, la variation de la forme est plus influente que la variation de la dimension comme le souligne M. SRINIVASAN [SRI 93].

La notion de *dimension locale* est liée à l'utilisation traditionnelle des pieds à coulisse ou des micromètres en atelier; il faudrait donc que sa définition formalise la technique d'utilisation de ces instruments, ce qui est difficile. Cependant il resterait tout de même les difficultés suivantes :

Les dimensions locales peuvent ne pas être mesurables faute de matière; par exemple dans le cas d'un arbre avec un méplat ou bien de la distance entre deux plans non complètement en vis à vis.

D'un point de vue théorique, il est impossible de garantir qu'aucune dimension locale réelle n'est hors tolérance étant donné qu'il y en a une infinité.

De plus la notion de dimension locale est incompatible avec les techniques actuelles de contrôle sur Machine à Mesurer Tridimensionnelle.

En ce qui concerne l'interprétation d'une tolérance de position, la définition plus précise de la notion «d'élément positionnel réel» (*axe réel* d'un alésage) ne résoudrait pas les difficultés suivantes :

La «construction» de l'*axe réel* est une procédure longue et compliquée. En pratique on préfère, comme cela est décrit dans les normes françaises relatives au contrôle (de [NF E 10 105] à [E 10-108]), contrôler le défaut de position d'une pige ajustée dans l'alésage. La pige matérialise l'enveloppe de l'alésage.

La notion d'*axe réel* est incompatible avec l'utilisation d'une tolérance en *Zone projetée* (voir norme [NF E 04-558]), pour laquelle il convient de considérer l'axe de l'enveloppe de l'alésage (utilisation d'une pige ajustée par exemple).

Enfin observons que suivant l'interprétation normalisée, la tolérance de position limite autant le défaut de forme de l'alésage (courbure de son *axe réel*) que son défaut de position.

Ce dernier point est une des raisons qui rendent difficile la synthèse d'une cotation fonctionnelle. Il y a en effet des interactions entre les trois tolérances, cependant impossibles à calculer. Ainsi la tolérance de position limite indirectement le défaut de forme de la surface élémentaire et la tolérance de forme

limite l'écart maximal entre les dimensions locales et donc limite la tolérance dimensionnelle qui ne peut lui être supérieure.

Remarque : On voit donc ici que le *principe de l'indépendance*, présenté par la norme ISO 8015:1985 comme le principe de base pour l'interprétation des tolérances [E04-561], a une portée limitée !

Face aux difficultés créées par les ambiguïtés des interprétations normalisées, relativement peu de travaux de recherche ont été menés pour obtenir un modèle de tolérancement plus complet et plus cohérent.

En revanche un plus grand nombre de travaux portent sur la «modélisation» du tolérancement normalisé, avec plus ou moins de succès en raison des ambiguïtés de celui-ci, en vue de son intégration dans les systèmes de CFAO.

Au paragraphe suivant, nous présentons brièvement les propositions visant à définir un modèle de tolérancement plus complet et plus cohérent. Nous définirons au paragraphe 7, la sémantique que nous proposons d'associer aux tolérances de forme de dimension et de position.

6 - Travaux de recherche sur la définition d'un modèle de tolérancement

L'un des premiers auteurs conscient de la nécessité de formaliser le tolérancement, en vue notamment de son intégration aux systèmes de CFAO, fut M. REQUICHA qui proposa en 1983, une *théorie mathématique du tolérancement* [REQ 83].

Dans cette théorie, toute tolérance, qu'elle soit de forme, de dimension ou de position (ou orientation), s'exprime sous la forme d'une zone de tolérance, obtenue par décalage (*offset*) de la surface nominale, dans laquelle doit se situer la surface réelle. S'il s'agit d'une tolérance de position (ou d'orientation), cette zone de tolérance est en position théorique par rapport aux éléments de référence. Cependant il s'avère que cette approche ne correspond qu'à peu de conditions fonctionnelles.

M. WIRTZ proposa en 1989 un autre modèle baptisé le *Tolérancement vectoriel* [WIR 89] [WIR 93]. Dans ce modèle, la position nominale des surfaces élémentaires est définie par deux vecteurs, l'un donnant la position d'un point particulier de la surface (Pour un cylindre, un point de son axe) et l'autre donnant la direction de la surface (Direction de l'axe du cylindre). Un repère de référence doit être défini sur la pièce. Le tolérancement consiste alors à définir un intervalle

de tolérance sur chacune des composantes des deux vecteurs ainsi qu'un intervalle de tolérance pour la dimension de la surface (cylindre, cône et sphère).

Le contrôle de ces tolérances sur la pièce s'appuie sur l'association d'une surface théorique à la surface réelle tolérancée. Les composantes des vecteurs positionnant la surface associée doivent être dans les intervalles indiqués.

Par ailleurs la dimension de la surface associée doit être dans l'intervalle de tolérance de la dimension. Le défaut forme est défini par rapport à la surface associée.

L'intérêt essentiel de cette représentation est de permettre une détermination aisée des corrections à apporter en fabrication.

Nous retiendrons de cette proposition, l'idée de définir l'écart de forme, de dimension et de position relativement à une seule surface associée à la surface réelle. Cette idée sera en effet reprise dans la sémantique que nous proposerons au paragraphe 7.

D'autres travaux apportent des solutions partielles. Ainsi M. SRINIVASAN [SRI 93] a récemment présenté une sémantique originale pour les tolérances des dimensions linéaires, évitant la difficile définition de la notion de dimension locale, et qui peut être présenté ainsi :

On considère deux sphères théoriques, l'une de diamètre correspondant à la dimension au maximum de matière autorisée par la tolérance, B_{MMC} et l'autre correspondant à la dimension au minimum de matière B_{LMC} .

La surface réelle respecte la tolérance dimensionnelle s'il est possible d'une part de déplacer la sphère B_{LMC} , de manière à ce que la surface générée par le déplacement de cette sphère soit entièrement du côté intérieur de la matière par rapport à la surface réelle et d'autre part de déplacer la sphère B_{MMC} de manière à ce que la surface générée par le déplacement de cette sphère soit entièrement du côté extérieur de la matière par rapport à la surface réelle.

L'inconvénient de cette sémantique est qu'elle est difficilement contrôlable et par ailleurs ne permet pas de donner une mesure de la dimension de la surface réelle.

Concernant les travaux sur l'analyse et la synthèse du tolérancement, visant généralement à son intégration dans les systèmes de CFAO, constatons que très souvent les auteurs considèrent que les surfaces fabriquées sont de forme parfaite (sans défaut de forme); ainsi, il n'y a plus de difficulté d'interprétation des tolérances de position et de dimension. Le nombre de publications sur ce thème est très important; citons entre autres les travaux de M. GAUNET [GAU 94], de M. CLOZEL [CLO 95] ou de M. BALLOT [BAL 95].

Une expression équivalente de cette hypothèse est de dire que les surfaces réelles imparfaites sont «remplacées» par des surfaces théoriques qui leur sont associées; le critère d'association est rarement clairement défini mais les différents auteurs précisent que la surface associée qu'ils considèrent est «tangente» à la surface réelle du côté extérieur de la matière (plan «tangent», cylindre enveloppe), ceci afin de pouvoir calculer les jeux dans les assemblages.

7 - Proposition d'une nouvelle sémantique pour l'approche «forme, dimension, position»

Nous reprenons l'idée suggérée par certains auteurs de définir le défaut de forme, de dimension et de position d'une surface réelle relativement à une surface théorique associée.

Cependant, pour que l'association soit non ambiguë et la plus fonctionnelle possible, nous définissons un critère d'association «fonctionnel», général à toute surface [PAI 95b].

7.1 - Surface enveloppe définie par le critère du Volume minimal

Notre objectif est de définir un critère d'association permettant d'obtenir l'**enveloppe** théorique de la surface réelle; c'est à dire une surface théorique «tangente» à la surface réelle du côté extérieur de la matière. Ceci correspond à l'esprit des associations normalisées pour l'établissement des références. Nous montrerons que le critère proposé généralise et formalise toutes ces associations.

7.1.1 - Critère du volume minimal

L'enveloppe d'une surface réelle, suivant le critère du volume minimal, est la surface théorique, extérieure à la matière, qui minimise le volume entre elle et la surface réelle.

Par exemple, l'enveloppe d'une surface nominalement conique, est obtenue en recherchant la position et la dimension (l'angle) du cône théorique extérieur à la matière qui minimise le volume entre lui et la surface réelle.

Nous présenterons au chapitre II, la forme mathématique de ce critère.

Remarque : A notre connaissance, ce critère n'a jamais été proposé. Cependant, nous verrons qu'une de ses expressions mathématiques avait été suggérée.

Voyons à présent la corrélation de ce critère avec les associations normalisées pour l'établissement des références.

7.1.2 - Correspondance avec les associations normalisées

Nous montrons ici que le critère proposé généralise toutes les associations normalisées en les formalisant davantage.

- Pour les surfaces nominalement cylindriques, l'élément de référence est l'axe du cylindre théorique de diamètre minimal circonscrit à l'arbre réel (ou de diamètre maximal inscrit pour un alésage. Autrement dit le critère d'association normalisé pourrait être baptisé le «critère de la dimension optimale».

Le critère du volume minimal est strictement équivalent à ce critère.

La démonstration est simple : Appelons v_1 le volume intérieur de l'arbre et v_2 le volume intérieur du cylindre circonscrit à l'arbre, de diamètre d et de hauteur correspondant à celle de l'arbre.

Le volume entre les deux surfaces est égale à la différence de ces deux volumes : $v = v_2 - v_1$.

v_1 étant une constante, pour minimiser le volume v , il faut minimiser v_2 , c'est à dire minimiser le diamètre d du cylindre théorique.

Le critère du volume minimal permet donc d'obtenir le cylindre théorique de diamètre optimal (minimal pour un arbre ou maximal pour un alésage). En outre il peut être utilisé même si la surface cylindrique réelle n'existe que sur une portion de circonférence (quart de cylindre) à contrario du critère de la dimension optimale qui conduit dans ce cas à une solution dégénérée.

- Pour les surfaces nominalement sphériques, la norme parle du *centre de la sphère enveloppe*.

Le critère du volume minimal permet d'obtenir la sphère de diamètre minimal (ou maximal). C'est donc conforme à la norme.

- Pour les surfaces nominalement coniques, la norme parle de l'*Axe du cône s'adaptant le mieux à la surface réelle*.

Vu l'ambiguïté de cette définition, on peut considérer que le critère du volume minimal permet d'obtenir ce cône.

- Enfin pour les surfaces nominalement planes, la norme parle de *Plan tangent à la surface réelle*.

Nous rappelons que dans l'édition précédente de la norme [NF E 04-554], le plan était associé à la surface réelle suivant le critère du défaut de forme minimal. En fait dans les cas courants de défauts de planéité, les différents critères d'association conduisent à des surfaces peu différentes. Cependant, nous montrons sur la figure suivante que, dans des cas de défauts particuliers, le critère du volume

minimal permet d'obtenir une position du plan plus «représentative» de la surface réelle que le critère du défaut de forme minimal.

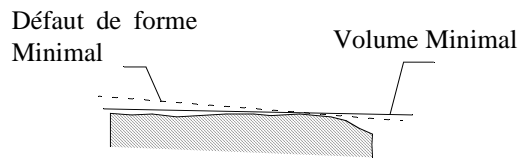


Figure I.32: Plans ajustés suivant le défaut de forme minimal et le volume minimal.

7.2 - Nouvelle sémantique pour les tolérances de forme, de dimension et de position

Nous proposons que la forme, la dimension et la position soient relatives à l'enveloppe de la surface réelle, définie suivant le critère du volume minimal.

Pour illustrer notre propos, nous considérerons le tolérancement d'un arbre. Son enveloppe est le cylindre théorique extérieur à la matière et de diamètre minimal :

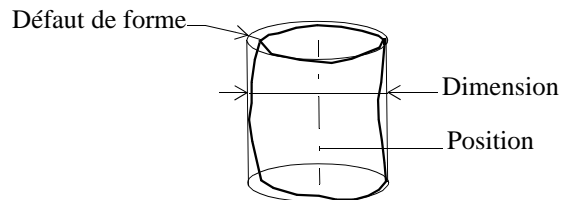


Figure I.33: Nouvelles sémantiques.

La sémantique que nous proposons est la suivante :

- La tolérance dimensionnelle limite la dimension de l'enveloppe de la surface réelle : La dimension de l'enveloppe doit être dans la tolérance. La dimension peut être linéaire (diamètre) ou angulaire (angle du cône).
- La tolérance de forme limite l'écart maximal entre la surface réelle et l'enveloppe.
- La tolérance de position concerne l'élément positionnel de l'enveloppe. Dans le cas du plan, l'élément positionnel est le plan lui-même. En conséquence, suivant la sémantique proposée, une tolérance de position appliquée à une surface nominale plane, concerne, non pas la surface réelle elle-même, mais le plan théorique, limité par un contour correspondant au contour de la surface de réelle, qui est ajusté à celle-ci.

7.2.1 - Implications sur la cotation fonctionnelle

Les trois tolérances, la dimension, la forme et la position, sont indépendantes entre-elles, tout en se référant à la même surface théorique. Contrairement à la sémantique normalisée, la tolérance de position ne limite pas le défaut de forme de la surface et la tolérance de forme ne limite pas la tolérance dimensionnelle.

La tolérance dimensionnelle concerne directement l'enveloppe de la surface permettant ainsi au dessinateur de maîtriser les jeux minimum et maximum dans les assemblages.

Si l'enveloppe, dont on souhaite tolérer la dimension, ne doit s'appliquer que sur une longueur restreinte de l'élément (exemple d'un arbre long), la norme [NF E 04-552] donne un moyen de limiter la zone dans laquelle on souhaite que s'applique la tolérance :

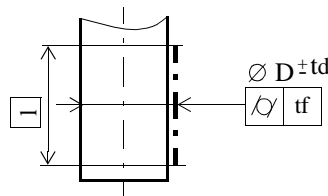


Figure I.34: Tolérancement sur une zone restreinte.

Ce dessin signifie, qu'en tous lieux de l'arbre, les tolérances de dimension et de forme doivent être vérifiées sur une l'enveloppe de longueur l.

7.2.2 - Implications sur le contrôle

Par les moyens traditionnels, ces nouvelles interprétations ne posent pas plus de difficultés que les interprétations normalisées :

Pour les tolérances de position, les pratiques courantes (utilisation de piges ajustées dans les alésages) sont plus en conformité avec l'interprétation proposée qu'avec celle de la norme.

Pour les tolérances de forme, le critère du volume minimal ne complique pas plus la mesure du défaut de forme des surfaces.

Pour les tolérances dimensionnelles linéaires, on peut utiliser des calibres de contrôle. L'utilisation des pieds à coulisse ou des micromètres ne permet qu'une estimation de la dimension de l'enveloppe.

Le contrôle sur Machine à mesurer tridimensionnelle est particulièrement adapté à la sémantique proposée. La surface réelle est palpée en plusieurs points à partir desquels un logiciel calcule la surface théorique associée à la surface réelle. Le critère des moindres carrés, utilisé par les logiciels de ces machines, conduit à une surface théorique passant au milieu des points palpés. Cette surface est parfois «décalée» vers le point le plus à l'extérieur de la matière. La surface ainsi obtenue est alors généralement très proche de l'enveloppe définie par le critère du volume minimal. Nous montrerons au prochain chapitre comment peut être calculée la surface enveloppe suivant le critère du volume minimal.

8 - **Conclusion**

Nous concluons ce chapitre en soulignant l'importance de la notion de «surface théorique» dans la cotation normalisée.

La «surface théorique» sert à définir les références et les systèmes de références. Pour les références simples et communes, il est nécessaire d'associer (nous dirons aussi «ajuster») une surface théorique, élémentaire ou composée, aux surfaces réelles. Les systèmes de références sont établis en ajustant hiérarchiquement une surface théorique composée aux surfaces réelles.

Avec la sémantique que nous proposons pour la première approche du tolérancement, «forme, dimension, position», les tolérances s'expriment par rapport à une surface théorique élémentaire ajustée à la surface réelle.

Enfin, nous avons montré que la deuxième approche du tolérancement consiste à «comparer» la surface réelle à une surface théorique, elle-même en position théorique par rapport aux surfaces de références.

Il ressort donc de cette étude, la nécessité, pour contrôler les spécifications normalisées, de disposer d'un modèle de «construction» des surfaces théoriques permettant de définir leur association ou leur «comparaison» aux surfaces réelles. Nous verrons que le modèle calibre représente un tel modèle.

Cependant, nous devons d'abord présenter certains concepts relatifs aux «surfaces théoriques». C'est l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE II

La surface théorique

L'objet de ce chapitre est d'introduire les notions mathématiques et conceptuelles sur lesquelles reposent le modèle calibre.

Le fondement théorique du modèle calibre est le **modèle des S.A.T.T.** (Surfaces Associées Technologiquement et Topologiquement) introduit en 1986 par M. CLEMENT. Ce modèle, basé sur l'étude du groupe des déplacements faite par M. HERVE [HER 76] [HER 78], a donné lieu à de nombreux travaux sur la cotation dont les thèses de M. DESROCHERS [DES 91], M. RIVIERE [RIV 93] et M. GAUNET [GAU 94] ainsi qu'un livre de M. CLEMENT, M. TEMMERMAN et M. RIVIERE [CLE 94]. Nous présentons ce modèle au premier paragraphe.

La mise en oeuvre du modèle calibre en métrologie tridimensionnelle est basée sur le **modèle des petits déplacements** développé il y a un vingtaine d'années par M. CLEMENT et M. BOURDET [BOU 76]. Initialement développé pour l'optimisation des montages d'usinage, les auteurs l'ont ensuite utilisé pour l'identification de surfaces palpées sur Machines à Mesurer Tridimensionnelles. Il s'agit «d'ajuster» (on dit aussi «associer») une surface théorique à une surface palpée; une surface palpée est connue en un ensemble fini de points.

Le modèle des petits déplacements est présenté au deuxième paragraphe tandis que son utilisation pour «l'ajustement» d'une surface théorique à une surface palpée est étudié au troisième paragraphe.

1 - Déplacements et Modèle des surfaces

1.1 - Etude mathématique des déplacements

1.1.1 - Base et repère

Nous considérons l'espace géométrique de dimension trois.

Une **base orthonormée** de cet espace est composée de trois vecteurs unitaires orthogonaux deux à deux : (X, Y, Z).

Un **repère orthonormé** est composé d'un point de l'espace, appelé origine du repère O, et d'une base orthonormée : (O, X, Y, Z).

Soit deux repères (0) et (1) : (O₀, X₀, Y₀, Z₀) et (O₁, X₁, Y₁, Z₁).

La position d'un repère par rapport à l'autre peut être définie par :

- La matrice colonne (3x1) des coordonnées de l'origine du deuxième repère, O₁, dans le premier repère.
- La matrice carrée (3x3) R₀₁ dont les colonnes sont les composantes des vecteurs de la deuxième base (X₁, Y₁, Z₁) exprimés dans la première base. Selon le contexte d'utilisation, elle est appelée matrice de rotation, matrice de passage ou encore matrice de changement de base.

1.1.1.1 - Composantes d'un vecteur : Changement de base

Nous noterons (V)_i les composantes d'un vecteur V exprimé dans la base (i).

On peut calculer les composantes de V dans la base (0), connaissant ses composantes dans la base (1) par la relation : (V)₀ = R₀₁ · (V)₁

et inversement : (V)₁ = R₁₀ · (V)₀ avec R₁₀ = R₀₁⁻¹ = R₀₁^T

1.1.1.2 - Coordonnées d'un point : Changement de repère

Connaissant les coordonnées d'un point M dans le repère (1) notés (O₁M)₁, on peut calculer ses coordonnées dans le repère (0) par la relation :

$$(O_0M)_0 = (O_0O_1)_0 + R_{01} \cdot (O_1M)_1$$

1.1.2 - Déplacement de solide

Six paramètres scalaires sont au maximum nécessaires pour définir le déplacement quelconque d'un solide.

Remarque : Si le déplacement n'est pas quelconque, par exemple s'il s'agit d'un déplacement pivot-glissant, un nombre inférieur de paramètres peut être suffisant (deux pour l'exemple choisi : une longueur et un angle).

En associant un repère orthonormé au solide, le déplacement du solide est défini par :

- Trois paramètres linéaires définissant la translation du solide (coordonnées de l'origine du nouveau repère exprimé dans l'ancien repère).
- Trois paramètres angulaires définissant la rotation du solide autour de l'origine du repère (orientation du nouveau repère par rapport à l'ancien).

Différents systèmes d'angles peuvent être choisis pour définir la rotation du solide; les angles d'Euler ou les angles de Bryant sont les deux systèmes les plus utilisés.

La rotation du solide illustré ci-dessous est caractérisé par les angles de Bryant qui se définissent ainsi :

- Une rotation de ψ autour de X_0 (La base (0) est la base initiale);
- Une rotation de θ autour de Y_1 (La base (1) est la base obtenue par la rotation précédente);
- Une rotation de ϕ autour de Z_2 ((La base (2) est la base obtenue par la rotation précédente).

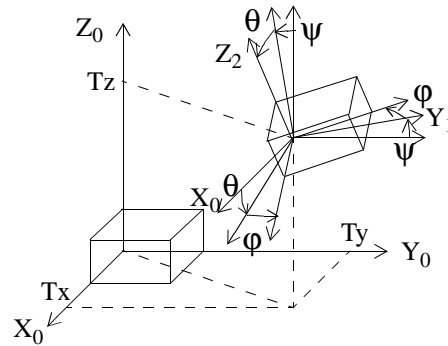


Figure II.1: Rotation d'un solide défini par les angles de Bryant.

Remarque : L'illustration a été faite avec les angles de Bryant car ceux-ci sont les angles que nous utiliserons dans notre modèle.

Nous avons choisi de limiter les trois angles aux intervalles suivants, de manière à pouvoir faire correspondre de façon bi-univoque aux triplet (ψ, θ, ϕ) une matrice de rotation R_{03} .

$$\psi \in]-\pi, \pi], \theta \in [-\pi/2, \pi/2], \phi \in]-\pi, \pi]$$

1.1.3 - Représentation matricielle d'un déplacement

Position et déplacement sont des notions mathématiquement identiques : On peut dire que le déplacement d'un solide est la position de son repère dans le repère initial ou bien que la position d'un solide est le déplacement du repère initial vers le repère du solide.

Un déplacement peut être représenté par les deux matrices permettant de repérer la position du repère déplacé (1) par rapport au repère initial (0) :

La matrice colonne \mathbf{T}_{01} (3x1) représentant la translation du solide (coordonnées de la nouvelle origine),

• et la matrice de rotation \mathbf{R}_{01} , représentant la rotation du repère autour de son origine (Ses colonnes sont les composantes des vecteurs du repère déplacé (1) exprimées dans le repère initial).

Le déplacement peut être noté : $\mathbf{D}_{01} = \{\mathbf{T}_{01}, \mathbf{R}_{01}\}$.

Considérons un point M du solide de coordonnées connues dans le repère du solide $(O_0M)_0$.

Par le déplacement \mathbf{D}_{01} , le point M est déplacé en M'. Les coordonnées de M' peuvent être calculées par la formule suivante :

$$(O_0M')_0 = T_{01} + R_{01} \cdot (O_0M)_0$$

En effet : $(O_0M')_0 = (O_0O_1)_0 + (O_1M')_0$

$$(O_0M')_0 = T_{01} + R_{01} \cdot (O_1M')_1$$

or $(O_1M')_1 = (O_0M)_0$ car le point M est lié repère du solide.

Donc : $(O_0M')_0 = T_{01} + R_{01} \cdot (O_0M)_0$

1.1.4 - Produit de deux déplacements

On considère deux déplacements consécutifs : \mathbf{D}_{01} et \mathbf{D}_{12}

\mathbf{D}_{01} déplace M en M' et \mathbf{D}_{12} , M' en M''.

M étant lié au solide, on a : $(O_0M)_0 = (O_1M')_1 = (O_2M'')_2$

Calculons les coordonnées de M'' en fonction de celles de M :

$$(O_1M'')_1 = (O_1O_2)_1 + (O_2M'')_2 = T_{12} + R_{12} \cdot (O_2M'')_2$$

or $(O_2M'')_2 = (O_0M)_0$

d'où : $(O_1M'')_1 = T_{12} + R_{12} \cdot (O_0M)_0$

Par ailleurs : $(O_0M'')_0 = (O_0O_1)_0 + (O_1M'')_1 = T_{01} + R_{01} \cdot (O_1M'')_1$

soit : $(O_0M'')_0 = T_{01} + R_{01} \cdot [T_{12} + R_{12} \cdot (O_0M)_0]$

Ce qui donne : $(O_0M'')_0 = T_{01} + R_{01} \cdot T_{12} + R_{01} \cdot R_{12} \cdot (O_0M)_0$

Soit, en posant $T_{02} = T_{01} + R_{01} \cdot T_{12}$

et $R_{02} = R_{01} \cdot R_{12}$

$$(O_0M'')_0 = T_{02} + R_{02} \cdot (O_0M)_0$$

La composition de deux déplacements est un déplacement. On peut définir l'opération «produit de deux déplacements» de la manière suivante :

$$D_{02} = D_{01} \cdot D_{12} = \{T_{01} + R_{01} \cdot T_{12}, R_{01} \cdot R_{12}\} = \{T_{02}, R_{02}\}$$

1.1.5 - Calcul de la matrice de rotation définie par les angles de Bryant

Les angles de Bryant définissent trois déplacements successifs (Trois rotations):

- D_{01} : Passage de la base (0) à la base (1) par une rotation de ψ autour de X_0 ;
- D_{12} : Passage de la base (1) à la base (2) par une rotation de θ autour de Y_1 ;
- D_{23} : Passage de la base (2) à la base (3) par une rotation de ϕ autour de Z_2 .

Le déplacement résultant peut donc être calculé en faisant le produit de ces trois déplacements : $D_{03} = D_{01} \cdot D_{12} \cdot D_{23}$

Les translations sont nulles; il n'y a que la matrice de rotation à calculer :

$$R_{03} = R_{01} \cdot R_{12} \cdot R_{23}$$

Soit :

$$R_{03} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le calcul donne :

$$R_{03} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & -\cos \theta \sin \phi & \sin \theta \\ \sin \psi \sin \theta \cos \phi + \cos \psi \sin \phi & -\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & -\sin \psi \cos \theta \\ -\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \cos \theta \end{bmatrix}$$

Rappel : Les colonnes de cette matrice de rotation sont les composantes des vecteurs de la base (3) dans la base (0).

1.1.6 - Le groupe des déplacements [HER 76]

L'ensemble des déplacements constitue un groupe pour l'opération produit définie au paragraphe 1.1.4, car il existe un élément neutre et un élément symétrique pour chaque élément de l'ensemble des déplacements :

- L'élément neutre est le déplacement nul,

- l'élément symétrique du déplacement $D = \{T, R\}$ est le déplacement :
 $D^{-1} = \{-R^{-1}.T, R^{-1}\}$

On montre qu'il existe, dans ce groupe, onze sous-groupes de déplacements, c'est à dire onze sous-ensembles vérifiant la propriété suivante (en plus des deux propriétés précédentes) : Le produit de deux déplacements du sous-groupe donne un déplacement appartenant au sous-groupe.

Le tableau suivant donne la liste des sous-groupes du groupe des déplacements.

Chaque sous-groupe est relatif à un ou plusieurs éléments géométriques «supports» du mouvement (axe de rotation, plan de translation...).

Il a été indiqué dans la colonne de droite, pour chacun d'eux, le nombre minimal de paramètres nécessaire pour définir tout déplacement du sous-groupe. En effet, sauf pour un déplacement quelconque, moins de six paramètres suffisent à définir les déplacements des sous-groupes; par exemple le mouvement pivot-glissant ne nécessite au minimum que deux paramètres scalaires pour être défini. Ce nombre minimum est appelé la **dimension** du sous-groupe.

Sous-groupe de déplacement	Dimension
Déplacement nul	0
Translation unidirectionnelle	1
Rotation autour d'un axe	1
Mouvement hélicoïdal	1
Translation plane	2
Mouvement pivot-glissant	2
Translation spatiale	3
Mouvement plan sur plan	3
Rotation sphérique	3
Rotation autour d'un axe combinée avec une translation spatiale	4
Déplacement quelconque	6

Tableau II.1: Les 11 sous-groupes du groupe des déplacements [RIV 93].

L'intérêt d'établir ces sous-groupes est de permettre de rechercher de façon exhaustive la liste des surfaces invariantes par déplacements (voir le paragraphe suivant).

1.2 - Surfaces invariantes par déplacements

1.2.1 - Surface : Définition

Une surface est un ensemble de points dont les coordonnées dans un repère orthonormé sont des fonctions continues de deux paramètres indépendants u et v [CLE 94].

Les surfaces qui sont considérées dans la suite ne sont pas limitées par un contour. Par exemple, le cylindre a une longueur infinie.

1.2.2 - Surface invariante : Définition

Un déplacement laisse une surface invariante si tout point appartenant à la surface se déplace en un autre point appartenant lui-aussi à la surface. Par exemple, une rotation autour de l'axe d'une surface de révolution laisse invariante celle-ci.

1.2.3 - Théorème

Les déplacements laissant une surface invariante appartiennent tous à un unique sous-groupe du groupe des déplacements.

En effet, l'ensemble $\{C\}$ des déplacements laissant invariante une surface est tel que :

- Il possède un élément neutre : Le déplacement nul;
- Le déplacement symétrique d'un déplacement de $\{C\}$ appartient lui-aussi à $\{C\}$ (il laisse lui-aussi la surface invariante). Autrement dit tout élément de $\{C\}$ a son symétrique dans $\{C\}$;
- Deux déplacements de $\{C\}$ consécutifs laissent la surface invariante; autrement dit le produit de deux déplacements de $\{C\}$ appartient à $\{C\}$.

1.2.4 - Les sept classes de surfaces invariantes par déplacement

Compte tenu du théorème précédent, pour établir la liste de toutes les surfaces invariantes par déplacement, il suffit de rechercher la ou les surfaces que laisse invariante chaque sous-groupe du groupe des déplacements.

Par exemple, le sous-groupe des rotations autour d'un axe D , laisse invariante toute surface de révolution d'axe D .

Certains sous-groupes ne laissent aucune surface invariante (par exemple le sous-groupe des déplacements quelconques).

Au total, seuls sept sous-groupes laissent une «classe» de surface invariante. Le tableau ci-dessous présente les sept classes de surface avec pour chacune d'elles, le sous-groupe la laissant invariante (voir le tableau II.2).

Cette liste est exhaustive; toute surface appartient à l'une des sept classes.

Certaines surfaces sont laissées invariantes par plusieurs sous-groupes; par exemple le cylindre est laissé invariant par le mouvement pivot-glissant mais aussi par le mouvement hélicoïdal ou par la rotation de même axe. La classe de la surface correspond au sous-groupe de dimension maximale la laissant invariante.

Chaque classe de surface est caractérisée par un ensemble minimum d'éléments géométriques tels que le point, la droite, le plan ou l'hélice, permettant de définir la position de toutes les surfaces de la classe [CLE 94]. Cet ensemble d'éléments est appelé **E.G.R.M.** (pour **Eléments Géométriques de Référence Minimum**). Il est représenté sur les figures du tableau en traits plus épais (voir tableau II.2).

Sauf pour la surface hélicoïdale dont l'E.G.R.M. est complexe, l'E.G.R.M. définit un repère partiel ou complet. Pour certaines surfaces plusieurs compositions de plan, droite ou point sont possibles; par exemple pour la surface complexe dont l'E.G.R.M. doit définir un repère complet, les auteurs ont choisi le plan, plus une droite du plan, plus un point de la droite.

L'E.G.R.M. d'une surface hélicoïdale se compose d'une droite, l'axe de l'hélice, et d'une hélice de même pas que la surface. Pour simplifier, les auteurs considèrent que la surface est tronquée à une extrémité, ce qui a pour effet de la rendre équivalente, du point de vue de son positionnement, à une surface quelconque, à l'exception du fait que la droite constituant l'E.G.R.M. est obligatoirement l'axe de l'hélicoïde [CLE 94].

Remarque : L'E.G.R.M. d'une surface correspond à ce que nous avons appelé l'*élément positionnel* de la surface dans le premier chapitre.


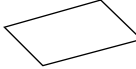
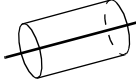


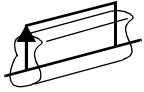
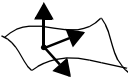
Classe de surface	Dimension	Sous-groupe laissant la surface invariante
Sphère 	3	Rotation sphérique
Plan 	3	Mouvement plan sur plan
Cylindre 	2	Mouvement pivot-glissant
Surface hélicoïdale 	1	Mouvement hélicoïdal
Surface de révolution 	1	Rotation autour d'un axe
Surface Prismatique 	1	Translation unidirectionnelle
Surface quelconque 	0	Déplacement nul

Tableau II.2: Les sept classes de surfaces.

1.3 - Liaisons et degrés de liberté

Nous faisons ici une parenthèse pour introduire certaines notions supplémentaires que nous utiliserons au chapitre IV.

Chaque sous-groupe de déplacement laissant une surface invariante correspond aux déplacements permis par une liaison élémentaire. Ainsi aux sept classes de surfaces correspondent les sept liaisons élémentaires suivantes [GAU 94] :

Sphère -> Liaison rotule.

Plan -> Liaison appui-plan.

Cylindre-> Liaison pivot-glissant.

Surface de révolution -> Liaison pivot.

Surface prismatique -> Liaison glissière.

Surface hélicoïdale -> Liaison hélicoïdale.

Surface quelconque -> Liaison encastrement.

A chaque liaison correspond un sous-groupe de déplacements.

Les **degrés de liberté** d'un solide par rapport à un autre sont les mouvements indépendants possibles, permis par la liaison entre les solides.

Si l'on considère les sept liaisons ci-dessus, les degrés de liberté correspondent aux paramètres minimaux nécessaires pour définir tout déplacement compatible avec la liaison.

Le nombre de degrés de liberté correspond donc à la dimension du sous-groupe de déplacement.

Notons que, sauf pour la liaison hélicoïdale, les degrés de liberté des six autres liaisons, peuvent être représentés de façon très simple les translations et les rotations qui sont autorisés suivant les axes d'un repère correspondant à l'élément positionnel. Par exemple pour la liaison appui-plan correspondante à la classe Plan, si l'on choisi un repère tel que l'un de ses axes soit perpendiculaire au plan, alors les degrés de liberté permis par la liaison sont la rotation autour de cet axe et les deux translations le long des deux autres axes. Cette propriété nous sera très utile pour l'implémentation informatique de notre modèle calibre.

1.4 - Position d'une surface

Nous savons qu'un minimum de six paramètres est nécessaire pour positionner une surface quelconque par rapport à un repère.

Cependant si la surface n'est pas quelconque, un nombre inférieur de paramètre est suffisant. Par exemple s'il s'agit d'un cylindre, quatre paramètres suffisent à le positionner par rapport au repère :

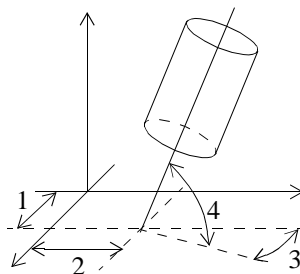


Figure II.2: Position d'un cylindre par rapport à un repère.

En cotation, le dimensionnement consiste à positionner les surfaces entre-elles; par exemple définir la position d'un cylindre par rapport à un autre cylindre. Le nombre de paramètre est alors encore plus petit : Pour positionner deux cylindres entre-eux, deux paramètres scalaires suffisent : la distance et l'angle entre leurs axes (suivant la perpendiculaire commune).

Ce nombre de paramètres scalaires dépend uniquement des éléments positionnels des deux surfaces, c'est à dire de leur classe.

De plus le positionnement est symétrique. Aucune des deux surfaces n'est privilégiée par rapport à l'autre.

A partir des sept classes de surfaces, les auteurs ont dénombré 28 cas de positionnement relatif de deux surfaces. Pour chacun de ces cas, un certain nombre de paramètres scalaires sont nécessaires et suffisants.

Ce résultat est intéressant car il a permis à ses auteurs de montrer qu'il n'existait que 28 cas différents de dimensionnement pour le positionnement relatif des surfaces.

1.5 - Le modèle des S.A.T.T.

Etant donnée la nécessité qu'il y a en cotation de pouvoir manipuler des *entités géométriques* composées de plusieurs surfaces, M. CLEMENT a introduit le concept de **Surfaces Associées Technologiquement et Topologiquement (S.A.T.T.)** avec la définition suivante :

On appellera S.A.T.T. une paire de surfaces, ou une paire de S.A.T.T., ou une paire composée d'une surface et d'un S.A.T.T., appartenant au même solide et associées pour des raisons fonctionnelles [CLE 94].

Si l'on considère l'association de deux surfaces élémentaires, le S.A.T.T. obtenu est en quelque sorte une «surface composée» qui appartient obligatoirement à l'une des sept classes de surfaces. Les auteurs appellent **reclassement**, l'opération qui consiste à rechercher la classe du S.A.T.T. construit.

La classe du S.A.T.T dépend des classes des surfaces qui le composent mais aussi de leur positionnement relatif, c'est à dire de la valeur donnée aux paramètres de positionnement.

Prenons comme exemple le S.A.T.T. composé de deux cylindres (qui est un des 28 cas d'association possibles). En fonction de la valeur donnée aux deux

paramètres de positionnement (l'angle et la distance entre-axes), il peut se reclasser dans trois classes différentes :

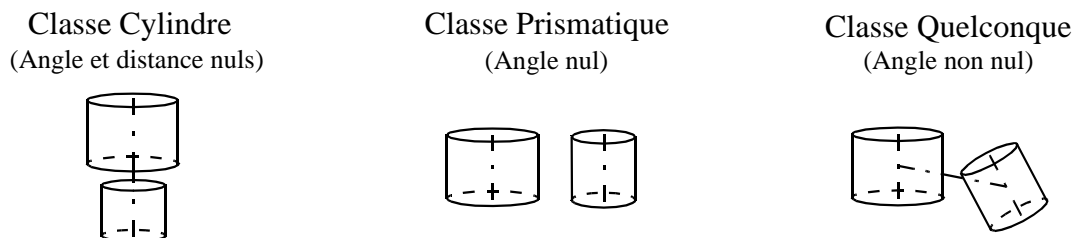


Figure II.3: Reclassement de l'association de deux cylindres.

La classe du S.A.T.T. détermine le type d'E.G.R.M à lui associer. Muni de son E.G.R.M. le S.A.T.T. peut à son tour être positionné par rapport à une surface ou un autre S.A.T.T. et peut donc à son tour devenir composante d'un S.A.T.T.

Les paramètres de positionnement des surfaces composant le S.A.T.T. sont considérés comme les paramètres dimensionnels internes du S.A.T.T.

1.5.1 - Les 44 cas de reclassement

En étudiant la classe obtenue pour chacun des 28 cas d'association de deux surfaces (ou de deux S.A.T.T. ou encore d'une surface et d'un S.A.T.T.), les auteurs ont dénombré au total 44 cas de *reclassement*.

La classe du S.A.T.T. correspond au sous-groupe de déplacements qui laisse invariante les deux surfaces le composant. Il s'agit donc de la partie commune, c'est à dire de l'intersection, des deux sous-groupes de déplacement laissant invariante chacune des surfaces. La dimension de la classe du S.A.T.T. est donc inférieure ou égale à la dimension la plus faible des classes des deux surfaces [RIV 93]. Sur l'exemple des deux cylindres, les classes de départ sont de dimension 3 et les classes d'arrivée sont de dimensions 3, 1 ou 0.

Le tableau II.3 (p. 71) donne les classes correspondantes à chacune des 28 associations possibles.

Si l'on considère l'association de n surfaces élémentaires ($n > 2$), le reclassement des associations successives des paires de surfaces ou de S.A.T.T. peut être fait suivant n'importe quel ordre car le reclassement est une opération commutative et associative.

Remarque : Observons que l'obligation d'associer les surfaces par paires constitue un inconvénient pour le modèle S.A.T.T. : Si plusieurs surfaces élémentaires constituent ensemble une unique entité géométrique fonctionnelle (cas des groupes de trous présentés par la norme), il est impossible avec le modèle S.A.T.T. de toutes les associer en même temps. L'association par paires crée alors des hiérarchies arbitraires qui ne sont pas fonctionnelles en général.

1.5.2 - Le tolérancement dans le modèle S.A.T.T.



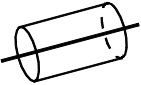

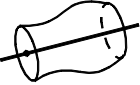

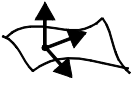


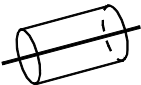

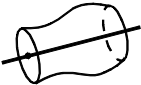


Les auteurs considèrent le tolérancement de la position relative des deux S.A.T.T. pour chacun des 44 cas de reclassement.

Leur approche consiste à tolérer la position d'une des deux surfaces (ou S.A.T.T.) composante par rapport à l'autre prise en référence. Ils utilisent pour cela le tolérancement de position normalisé. (Quelques uns des 44 cas de reclassement sont traités en «référence commune»).

Pour chacun des 44 cas d'association reclassées, il y a deux possibilités de tolérancement dû à l'inversion des rôles «élément de référence / élément toléré». Cependant une seule des deux possibilités est présentée dans l'ouvrage de M. CLEMENT, M. RIVIERE et M. TEMMERMAN [CLE 94].

Pour chacun des tolérancements présentés, les auteurs donnent la procédure de construction de l'E.G.R.M. du S.A.T.T. et définissent la **Zone d'Influence Finale (Z.I.F.)**, c'est à dire, en fait, l'état virtuel défini par l'exigence du maximum de matière, qui représente selon les auteurs la *surface nominale du «S.A.T.T. réaliste»*.

Tableau II.3: Reclassement des associations.

Association commutative	Sphère 	Plan 	Cylindre 	Hélicoïdale 	Révolution 	Prismatique 	Quelconque 
	Sphère Révolution	Révolution	Révolution Quelconque	Quelconque	Révolution Quelconque	Quelconque	Quelconque
		Plan Prismatique	Révolution Prismatique Quelconque	Quelconque	Révolution Quelconque	Prismatique Quelconque	Quelconque
			Cylindre Prismatique Quelconque	Hélicoïdale Quelconque	Révolution Quelconque	Prismatique Quelconque	Quelconque
				Hélicoïdale Quelconque	Quelconque	Quelconque	Quelconque
					Révolution Quelconque	Quelconque	Quelconque
						Prismatique Quelconque	Quelconque
							Quelconque

1.6 - Définition d'un vocabulaire des surfaces

Au premier chapitre, nous avons utilisé les termes de «surface élémentaire» et de «surface composée». Nous souhaitons ici définir plus précisément ces termes qui nous serviront encore dans la suite.

Bien que le terme de «surface élémentaire» soit parfois employé par les auteurs du modèle S.A.T.T., il n'est jamais défini. En revanche, ils définissent le terme de «surface» par la possibilité d'exprimer les coordonnées de ses points par des fonctions continues de deux paramètres indépendants u et v (voir paragraphe 1.2.1).

Nous proposons une définition géométrique de la notion de «surface élémentaire» :

1.6.1 - Surface élémentaire - Surface composée : Définitions

Une **surface élémentaire** est une surface connexe (en un seul morceau) qui ne peut pas être divisée en deux surfaces de classes de dimension égale ou supérieure.

Dans le cas contraire (surface non connexe ou connexe mais divisible en surfaces de dimension égale ou supérieure) la surface sera dite **surface composée**. Exemple : La surface formée de deux plans sécants (surface prismatique) est une surface composée.

Suivant cette définition, le plan, le cylindre, le cône, la sphère, le tore sont des surfaces élémentaires.

Dans la suite, nous utiliserons le terme **surface simple** pour désigner l'une quelconque des quatre surfaces élémentaires suivantes, le plan, le cylindre, le cône et la sphère, afin de les distinguer des autres types de surfaces élémentaires.

1.6.2 - Dimensions intrinsèques des surfaces

Les surfaces simples ne sont caractérisées que par une seule dimension intrinsèque, sauf le plan qui n'en a pas : Diamètre du cylindre, de la sphère et angle du cône.

Une surface composée est caractérisée par plusieurs dimensions intrinsèques. Ces dimensions intrinsèques sont d'une part les dimensions des surfaces simples qui la composent et d'autre part les paramètres positionnels qui positionnent ces surfaces simples entre-elles. Par exemple la surface composée de deux cylindres est caractérisée par quatre paramètres dimensionnels intrinsèques : Les deux diamètres des cylindres et les deux paramètres qui positionnent entre-eux les deux cylindres.

Notons que les surfaces composées de deux plans n'ont qu'une seule dimension intrinsèque : L'angle ou la distance entre les deux plans.

2 - Le Modèle des petits déplacements

Ce modèle mathématique est dû à M. BOURDET et M. CLEMENT. Il permet de rendre linéaire l'expression de la distance entre un point et une surface en fonction du déplacement de celle-ci.

2.1 - Petit déplacement de solide

Nous avons vu au paragraphe 1.1.2 qu'un déplacement de solide pouvait être caractérisé par :

- Une translation, représenté par le déplacement de l'origine O du repère du solide. Nous noterons $D(O)$ ce déplacement et (u, v, w) ses composantes dans le repère initial (0).
- et par une rotation autour de l'origine définie par les trois angles de Bryant que nous noterons ici (α, β, γ) : Rotation de α sur X, de β sur Y et de γ sur Z.

Le repère ainsi déplacé est numéroté (1).

2.1.1 - Relation entre les déplacements des points d'un solide

Considérons deux points, A et B, appartenant à un même solide, de coordonnées connues dans le repère de référence (0).

Le déplacement du solide conduit au déplacement de ces deux points : A se déplace en A' et B en B'. Notons $D(A) = AA'$, le déplacement du point A et $D(B) = BB'$, celui du point B.

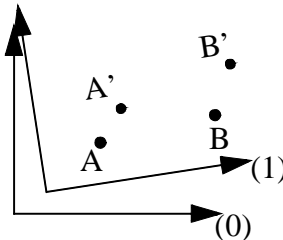


Figure II.4: Déplacement de deux points d'un solide.

Exprimons le déplacement du point B en fonction de celui du point A. On a la relation vectorielle suivante :

$$BB' = BA + AA' + A'B' \Leftrightarrow BB' = AA' + A'B' - AB$$

$$\text{Soit : } D(B) = D(A) + A'B' - AB$$

Exprimée dans le repère (0) :

$$(A'B')_0 = R_{01} \cdot (A'B')_1 = R_{01} \cdot (AB)_0$$

$$\text{Et donc : } D(B)_0 = D(A)_0 + R_{01} \cdot (AB)_0 - (AB)_0$$

Soit, en notant I la matrice unité :

$$D(B)_0 = D(A)_0 + (R_{01} - I) \cdot (AB)_0 \quad (\text{Eq. II.1})$$

2.1.2 - Torseur de petit déplacement

Si les rotations de Bryant sont infiniment petites, il est possible de remplacer les fonctions trigonométriques de la matrice de passage R_{01} (voir paragraphe 1.1.3), par leur développement limité au premier ordre : $\cos \alpha \cong 1$ et $\sin \alpha \cong \alpha$

En négligeant alors les infiniments petits d'ordre égal et supérieur à 2 dans la matrice de rotation, celle-ci s'écrit :

$$R_{01} = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 1 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

L'équation (II.1) s'écrit alors :

$$D(B)_0 = D(A)_0 + \begin{bmatrix} 0 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 0 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix} \cdot (AB)_0 \quad (\text{Eq. II.2})$$

La multiplication par une matrice antisymétrique peut être remplacée par un produit vectoriel.

En définissant un vecteur rotation Ω de composantes (α, β, γ) dans le repère (0) :

$$(\Omega)_0 = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$$

L'équation (II.2) devient alors :

$$D(B)_0 = D(A)_0 + (\Omega)_0 \wedge (AB)_0$$

Cette relation est vraie quel que soit la base de projection :

$$D(B) = D(A) + \Omega \wedge AB$$

Or tout champ de vecteurs $X(M)$ qui vérifie, pour tout couple de points A et B, la relation $X(B) = X(A) + \Omega \wedge AB$, le vecteur Ω étant indépendant des points A et B, est le champ des moments d'un torseur.

En conclusion, un déplacement de solide, caractérisé par de très faibles rotations, peut donc être représenté par un torseur, appelé **torseur de petit déplacement**.

Avec le choix des notations que nous avons fait au début, le torseur de petit déplacement, réduit à l'origine, se note :

$$\{D\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \Omega \\ D(O) \end{array} \right\} \text{ avec } (\Omega)_0 = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \text{ et } D(O)_0 = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

On peut alors calculer le déplacement de n'importe quel point par la relation :

$$D(M) = D(O) + \Omega \wedge OM$$

Les composantes de ce déplacement sont des fonctions linéaires des six paramètres du déplacement :

$$D(M)_0 = \begin{pmatrix} u + \beta \cdot Z_M - \gamma \cdot Y_M \\ v + \gamma \cdot X_M - \alpha \cdot Z_M \\ w + \alpha \cdot Y_M - \beta \cdot X_M \end{pmatrix}$$

Où X_M , Y_M et Z_M sont les coordonnées du point M dans le repère de référence.

2.1.2.1 - Interprétation géométrique

L'axe central d'un torseur est une droite pour laquelle en chaque point P on a :

$$D(P) = \lambda \cdot \Omega$$

λ est une constante appelée le pas du torseur.

Un déplacement caractérisé par un torseur de petit déplacement (hypothèse de petite rotation) représente un mouvement de vissage de long de l'axe central du torseur :

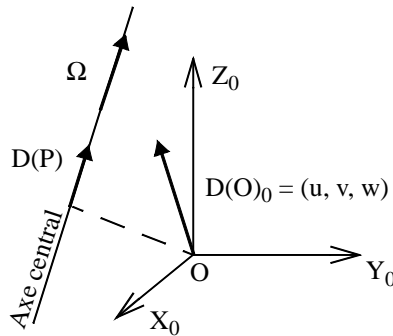


Figure II.5: Représentation graphique d'un torseur de petit déplacement.

$D(O)$ est alors le déplacement du point O dû à ce mouvement.

Remarque : Le déplacement $D(O)$ peut être «grand», si la rotation est petite, le déplacement peut toujours être représenté par un torseur.

2.1.3 - Ecart entre un point et une surface : Le modèle des petits déplacements

Considérons un point et une surface très proche, c'est à dire tels que la distance du point à la surface est petite devant le rayon de courbure local de la surface.

Notons P_i ce point, n_i le vecteur directeur unitaire de la droite perpendiculaire à la surface et passant par P_i , M_i l'intersection de cette droite avec la surface et enfin ξ_i l'écart initial entre le point P_i et la surface : $\xi_i = P_i M_i \cdot n_i$ (écart positif ou négatif) :

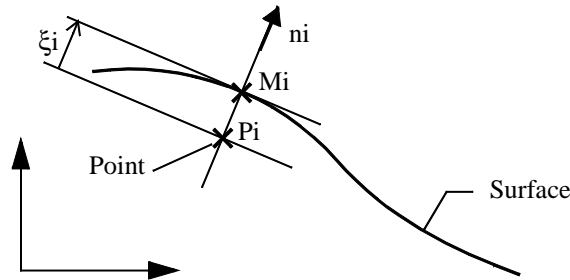


Figure II.6: Situation initiale du point et de la surface.

Le point et la surface peuvent représenter différentes choses. En métrologie, le point P_i représente un point palpé appartenant à la surface fabriquée et la surface représente la surface théorique à associer à l'ensemble des points palpés.

Considérons maintenant un petit déplacement de la surface caractérisé par un torseur de petit déplacement (le petit déplacement est exagéré sur la figure) :

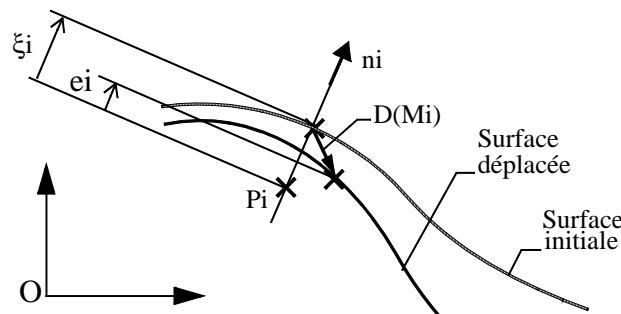


Figure II.7: Petit déplacement de la surface.

Si le déplacement de M_i , $D(M_i)$, est suffisamment petit (du même ordre de grandeur que l'écart initial), on peut écrire que le nouvel écart, e_i , entre le point P_i et la surface déplacée est :

$$\begin{aligned} e_i &= \xi_i + D(M_i) \cdot n_i \\ \text{or } D(M_i) &= D(O) + \Omega \wedge OM_i \end{aligned} \quad (\text{Eq. II.3})$$

Donc :

$$\begin{aligned} e_i &= \xi_i + (D(O) + \Omega \wedge OM_i) \cdot n_i \\ &= \xi_i + (D(O) \cdot n_i + \Omega \cdot (OM_i \wedge n_i)) \end{aligned}$$

Le terme entre parenthèse représente le comoment du torseur de petit déplacement par le torseur des coordonnées pluckériennes de la droite (M_i, n_i) . D'où la notation [BOU 79] :

$$e_i = \xi_i + \left\{ \begin{matrix} \Omega \\ D(O) \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} n_i \\ OM_i \wedge n_i \end{matrix} \right\} \quad (\text{Eq. II.4})$$

En notant les composantes des différents vecteurs de la façon suivante :

$$(n_i)_0 = \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{pmatrix}, \quad (OM_i)_0 = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad (OM_i \wedge n_i)_0 = \begin{pmatrix} L_i \\ M_i \\ N_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_i c_i - z_i b_i \\ z_i a_i - x_i c_i \\ x_i b_i - y_i a_i \end{pmatrix}$$

On obtient la forme développée suivante :

$$e_i = \xi_i + a_i \cdot u + b_i \cdot v + c_i \cdot w + L_i \cdot \alpha + M_i \cdot \beta + N_i \cdot \gamma \quad (\text{Eq. II.5})$$

Sous l'hypothèse de petit déplacement, l'écart entre un point P_i et une surface est une fonction linéaire des paramètres de déplacement $(u, v, w, \alpha, \beta, \gamma)$.

Remarque : En raison du théorème d'équiprojectivité, quel que soit le point B de la droite (M_i, n_i) , la projection de son déplacement sur cette droite est constante : $D(B) \cdot n_i = D(M_i) \cdot n_i$

C'est donc en particulier le cas pour le point P_i : $D(P_i) \cdot n_i = D(M_i) \cdot n_i$

Dans le cadre de l'ajustement d'une surface théorique à une surface palpée (voir paragraphe suivant), seules les coordonnées des points palpés $\{P_i\}$ sont connues. Cette propriété permet alors d'éviter le calcul des coordonnées de M_i , en prenant directement celles de P_i dans l'équation II.5.

3 - Ajustement d'une surface théorique à une surface palpée

En cotation normalisée, la notion d'ajustement d'une surface théorique à une surface réelle imparfaite est utilisée d'une part pour l'établissement de références et d'autre part pour la mesure du défaut de forme des surfaces (Cf. chapitre I).

Cependant les techniques numériques d'ajustement d'une surface théorique à une surface palpée sont liées à l'apparition des Machines à mesurer tridimensionnelles.

La fonction de base de ces machines, que nous présenterons davantage au chapitre suivant, est de relever les trois coordonnées d'un point palpé à la surface de la pièce à contrôler. Elles permettent donc «d'extraire» de la surface réelle, un nuage de points que nous appelons **surface palpée**.

L'ajustement numérique consiste alors à calculer les paramètres d'une **surface théorique**, de manière à ce qu'elle représente «au mieux» la surface palpée. Un critère d'ajustement doit donc être défini.

Les paramètres de la surface théorique sont d'une part sa position par rapport à un repère et d'autre part sa (ou ses) dimension(s).

La plupart des méthodes d'ajustement qui ont été proposées se basent sur la linéarisation de l'écart entre un point palpé et la surface théorique à ajuster, en fonction des paramètres de celle-ci.

Bien que l'on puisse établir cette linéarisation au cas par cas pour les surfaces simples (plan, cylindre, etc.) [SHU 87], le «modèle des petits déplacements» généralise la linéarisation de l'écart en fonction des déplacements pour toute surface (voir paragraphe 2.1.3).

Les auteurs ont donc complété ce modèle pour l'ajustement du cylindre, de la sphère et du cône, afin de prendre en compte leur paramètre dimensionnel [BOU 87]. Nous reprendrons ces travaux au paragraphe 3.2 pour obtenir une formulation plus générale que nous utiliserons dans l'implémentation informatique du modèle calibre.

Nous commençons par un aperçu des critères d'ajustement existant.

3.1 - Présentation des critères d'ajustement

3.1.1 - Critère des «moindres carrés»

Le critère d'ajustement le plus connu est le critère des «moindres carrés» qui consiste à rechercher la surface théorique qui minimise la somme des carrés des écarts entre les points palpés et la surface théorique :

$$\text{Minimiser } \sum (e_i)^2$$

Ce critère est de loin le plus utilisé car il fait appel à une méthode de calcul très simple.

Notons qu'il conduit à une surface ajustée qui passe au milieu des points.

3.1.2 - Critère du défaut de forme minimal

Plus récemment plusieurs auteurs ont développé des méthodes permettant l'ajustement suivant le critère du défaut de forme minimal afin de déterminer le défaut de forme des surfaces conformément à la définition normalisée [MUR 80], [FUK 84], [BOU 87].

L'expression la plus courante de ce critère (appelé critère de «Chebycheff») est : Minimiser le plus grand écart en valeur absolue :

$$\text{Minimiser } \text{Max} \{ |e_i| \}$$

qui conduit à une surface ajustée qui passe au milieu des points.

Cependant, pour les surfaces simples, le critère du défaut de forme minimal peut également s'exprimer de la façon suivante :

Minimiser $\text{Max} \{ e_i \}$ avec $e_i \geq 0$

La surface obtenue est telle que les points palpés sont tous du même côté de la surface; autrement dit la surface est à l'extérieur de la matière par rapport à la surface palpée (avec la convention que les écarts sont positifs quand la surface est à l'extérieur de la matière).

Cette surface est «parallèle» à la surface obtenue avec la première expression du critère, c'est à dire qu'elle peut s'en déduire par décalage («offset») de celle-ci.

Ces deux expressions du critère du défaut de forme sont équivalentes pour les surfaces théoriques pour lesquelles un décalage ne change pas la forme de la surface. Toutes les surfaces simples (le plan, le cylindre, la sphère, le cône) sont ainsi.

3.1.3 - Critère de la dimension optimale

Ce critère, appelé *critère de la plus grande (respectivement petite) surface tangente intérieure (respectivement extérieure)*, a été proposé par M. BOURDET [BOU 87].

Il consiste pour les surfaces nominalement cylindriques, à rechercher le plus grand cylindre inscrit ou le plus petit cylindre circonscrit à une surface palpée.

A la différence des deux critères précédents, il n'est pas général, c'est à dire qu'il ne peut pas être utilisé pour toute surface. Il n'a de sens que pour les surfaces caractérisées par une seule dimension linéaire : Le cylindre, la sphère et l'entité formée de deux plans parallèles.

3.1.4 - Autres critères

Malgré un assez grand nombre d'articles, peu d'autres critères ont été défini.

M SHUNMUGAM [SHU 87] a proposé le critère de l'écart moyen minimal (*Minimum average déviation*), consistant à minimiser la somme des valeurs absolues des écarts :

Minimiser $\sum |e_i|$

M. REQUICHA [REQ 83] proposait, pour l'établissement des éléments de référence de la cotation normalisée, d'utiliser le critère de la somme minimale des écarts positifs, sans donner aucune méthode de calcul :

Minimiser $\sum e_i$ avec $e_i \geq 0$

3.2 - Modèle des petits déplacement «complété»

Pour pouvoir utiliser le modèle des petits déplacements pour l'ajustement d'une surface théorique, il est nécessaire de définir une position initiale de la surface théorique relativement proche de sa position ajustée de manière à ce que son déplacement soit «petit» (hypothèse de petit déplacement).

Pour les surfaces simples, la position initiale est établie en choisissant quelques points de la surface palpée. Par exemple, pour l'ajustement d'un plan, on choisit trois points de la surface palpée pour définir un plan théorique initial.

Cette situation initiale de la surface théorique permet le calcul de l'écart initial ξ_i et de la normale n_i en chaque point palpé P_i (le calcul du point de la surface théorique, M_i , est inutile comme nous l'avons fait remarquer à la fin du paragraphe 2.1.3).

Par convention, nous choisissons d'orienter la normale n_i vers l'extérieur de la matière :

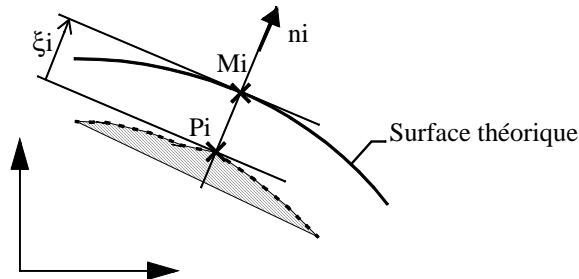


Figure II.8: Situation initiale de la surface théorique.

Nous considérons dans la suite uniquement l'ajustement du plan et des surfaces caractérisées par une seule dimension intrinsèque (un seul paramètre de dimension), à savoir, le cylindre, la sphère, le cône, l'entité formée de deux plans parallèles et celle formée de deux plans sécants.

Pour ces surfaces, une petite variation de la dimension de la surface théorique initiale se traduit localement au point P_i , par le décalage de la surface le long de n_i : M_i devient M_i' :

Notons r , la variation de la demi-dimension de la surface théorique initiale (rayon du cylindre, demi-angle du cône, etc.).

Pour les surfaces caractérisées par une dimension linéaire (cylindre, sphère et «plans parallèles») le décalage vaut la variation de la demi-dimension, r

Nous comptons r positif dans le sens de la normale n_i . Donc, pour l'ajustement d'un cylindre à un «arbre», une valeur positive de r signifie une augmentation de son diamètre tandis que pour un alésage, une valeur positive de r signifie une diminution du diamètre du cylindre.

Pour les surfaces caractérisées par une dimension angulaire (cône et «plans sécants»), en notant l_i la distance du point M_i au sommet du cône (ou à l'intersection des plans sécants), le décalage vaut $l_i \cdot r$ (r en radian). Avec la convention de signe de r , si r est positif cela signifie une augmentation de l'angle du cône pour une surface «extérieure» et une diminution pour une surface «intérieure».

De manière à généraliser la forme de l'écart e_i , nous posons que la variation du paramètre r crée un décalage égal à $\rho_i \cdot r$

Pour les surfaces caractérisées par une dimension linéaire, $\rho_i = 1$ quel que soit P_i .

Pour les surfaces caractérisées par une dimension angulaire, $\rho_i = l_i$ (l_i positif)

Et pour le plan, $\rho_i = 0$, quel que soit P_i .

Le nouvel écart initial entre P_i et la surface décalée ($P_i M_i'$) est $\xi_i' = \xi_i + \rho_i \cdot r$:

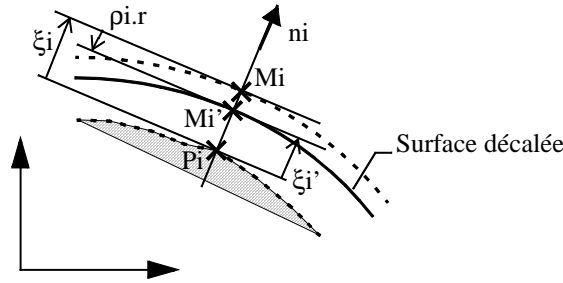


Figure II.9: Petite variation de la dimension de la surface théorique.

Le déplacement de la surface théorique décalée (déplacement de M_i') donne :

$$e_i = \xi_i' + D(M_i') \cdot n_i$$

$$e_i = \xi_i + \rho_i \cdot r + D(M_i') \cdot n_i$$

or $D(M_i') \cdot n_i = D(M_i) \cdot n_i$ (théorème d'équiprojectivité)

Donc :

$$e_i = \xi_i + \rho_i \cdot r + D(M_i) \cdot n_i$$

En conclusion, la variation de dimension s'ajoute au déplacement de la surface théorique.

Soit, sous forme développée :

$$e_i = \xi_i + \rho_i \cdot r + a_i \cdot u + b_i \cdot v + c_i \cdot w + L_i \cdot \alpha + M_i \cdot \beta + N_i \cdot \gamma \quad (\text{Eq. II.6})$$

3.3 - Mise en forme des critères d'ajustement

Les auteurs du modèle des petits déplacements, ont donné la forme du problème obtenu pour chacun des trois critères suivants : Le critère des moindres carrés, du défaut de forme minimal et de la dimension optimale [BOU 87] [BOU 88].

3.3.1 - Critère des moindres carrés

La somme des écarts au carré est une fonction quadratique des paramètres de la surface théorique (6 paramètres de déplacements et un paramètre de dimension).

Cette somme est minimale lorsque les dérivées partielles par rapport aux paramètres s'annulent.

Ces dérivées sont des fonctions linéaires des paramètres.

On obtient donc un système de Cramer (système de n équations linéaires à n inconnues) à résoudre.

La résolution de ce système donne la valeur de chaque paramètre correspondant à une surface théorique passant au milieu des points palpés. Cette surface théorique peut être ensuite décalée vers le point le plus à l'extérieur de la matière.

3.3.2 - Critère de la dimension optimale

Ce critère ne peut être utilisé que sur les surfaces caractérisées par une dimension linéaire.

Nous cherchons la surface théorique extérieure à la matière, de dimension minimale, pour une surface palpée extérieure (arbre), ou maximale, pour une surface palpée intérieure (alésage).

Avec les conventions sur le sens des normales n_i et sur le signe du paramètre de dimension r , la surface théorique est extérieure à la matière si en tout point P_i , $e_i \geq 0$.

Le critère de la dimension optimale, se traduit simplement par la fonction objectif :

Minimiser r (que la surface palpée soit intérieure ou extérieure)

On obtient donc un problème d'optimisation linéaire sous contraintes, appelé Programme Linéaire :

Minimiser r sous le système de contraintes linéaires : $\{e_i \geq 0\}$ (i variant de 1 à N ; N étant le nombre de points palpés)

Soit, avec l'équation II.6 :

Minimiser r sous :

$$\{ p_i \cdot r + a_i \cdot u + b_i \cdot v + c_i \cdot w + L_i \cdot \alpha + M_i \cdot \beta + N_i \cdot \gamma \geq -\xi_i \}$$

3.3.3 - Critère du défaut de forme minimal

Nous avons vu au paragraphe 3.1.2 les deux expressions possibles du critère du défaut de forme minimal pour les surfaces simples conduisant à des surfaces théoriques «parallèles»

Ce critère donne lui aussi un Programme Linéaire à résoudre, cependant plusieurs formes sont possibles.

3.3.3.1 - Surface passant au milieu des points palpés

La méthode définie par M. BOURDET [BOU 87] s'adresse aux surfaces «complexes» (surfaces gauches) pour lesquelles il n'y a pas de «variation de dimension» (suppression du paramètre r dans e_i) :

On considère deux surfaces obtenues par «décalage» de la surface à associer, l'une à l'extérieur des points palpés et l'autre à l'intérieur :

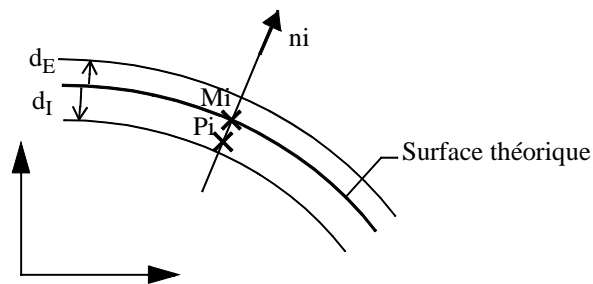


Figure II.10: Critère du défaut de forme minimal défini par M. BOURDET [BOU 87].

Soit d_E la valeur du décalage de la surface extérieure aux points palpés et d_I celle du décalage de la surface intérieure.

Chaque point palpé doit rester compris entre ces deux surfaces. On a donc les deux conditions suivantes :

$$e_i + d_E \geq 0$$

$$e_i + d_I \leq 0$$

Le critère s'exprime alors par la fonction objectif suivante :

Minimiser $d_E - d_I$

Cette forme ne peut pas être utilisée pour l'ajustement du plan ni pour les surfaces dont la variation de dimension est autorisée (prise en compte du paramètre r dans e_i), car alors toutes les surfaces parallèles aux surfaces intérieures et extérieures sont solutions de ce Programme Linéaire.

3.3.3.2 - Surface extérieure aux points palpés

Nous proposons une autre forme pour ces surfaces permettant d'obtenir une surface théorique extérieure aux points palpés (le paramètre r est pris en compte).

La surface théorique à associer étant à l'extérieur des points palpés, nous considérons une surface décalée à l'intérieur des points palpés :

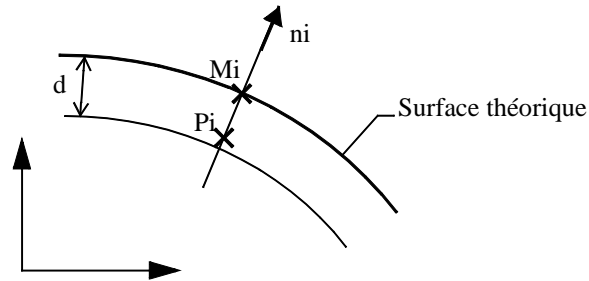


Figure II.11: Critère du défaut de forme minimal proposé.

Chaque point palpé doit rester compris entre ces deux surfaces. On a donc les deux conditions suivantes :

$$e_i \geq 0$$

$$e_i - d \leq 0$$

Le critère du défaut de forme minimal s'exprime alors sous la forme :

Minimiser d

Les Programmes Linéaires obtenus ont $2N$ contraintes (N : Nombre de points palpés).

Cette forme ne peut pas être utilisée pour l'ajustement des surfaces «complexes».

3.4 - Forme mathématique du critère du Volume minimal

Nous montrons ici que le critère du volume minimal, que nous avons proposé au premier chapitre, aboutit lui aussi à un Programme Linéaire.

Considérons une surface théorique extérieure à la matière.

Soit e , l'écart entre un point P de la surface réelle et la surface théorique.

Soit ds , l'élément de surface entourant le point P ; ds engendre un volume élémentaire $dv = e ds$

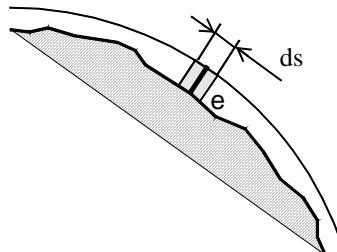


Figure II.12: Élément de volume dans le domaine continu.

Le volume compris entre les deux surfaces est alors : $V = \int_S e \, ds$

Avec la surface réelle discrétisée (surface palpée), on peut associer à chaque point palpé P_i , un élément de surface Δs_i par «découpage» de la surface théorique initiale.

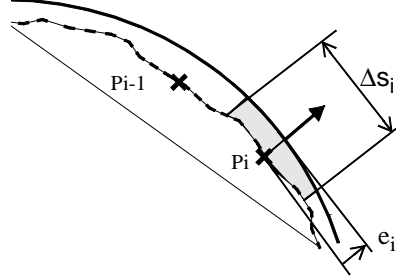


Figure II.13: Elément de volume dans le domaine discret.

Le volume devient alors : $V \approx \sum_i e_i \Delta s_i$

Le critère d'association proposé consiste à minimiser ce volume avec la contrainte que la surface théorique reste à l'extérieur de la matière; autrement dit que les écarts restent positifs : $\{e_i \geq 0\}$

Il serait possible, par un algorithme de «découpage» de la surface théorique initiale S , de calculer, pour chaque point palpé P_i , l'élément de surface Δs_i l'entourant.

Cependant il est plus simple de supposer une répartition régulière des points palpés sur la surface réelle de manière à ce qu'ils aient tous le même élément de surface. Δs_i devient alors une constante qu'il est possible de sortir du signe somme.

Le critère du volume minimal s'exprime alors sous la forme :

Minimiser $\sum e_i$ sous $\{e_i \geq 0\}$

Soit sous forme développée:

Minimiser $r \sum \rho_i + u \sum a_i + v \sum b_i + w \sum c_i + \alpha \sum L_i + \beta \sum M_i + \gamma \sum N_i + \sum \xi_i$
 $\{ \rho_i \cdot r + a_i \cdot u + b_i \cdot v + c_i \cdot w + L_i \cdot \alpha + M_i \cdot \beta + N_i \cdot \gamma \geq -\xi_i \}$

Le Programme Linéaire obtenu contient N contraintes.

Dans la suite nous appellerons ce critère, le **critère de la somme minimale des écarts**.

Remarques :

- Le critère obtenu correspond au critère proposé par M. REQUICHA (voir paragraphe 3.1.4) pour lequel il n'avait cependant pas proposé de méthode de calcul.
- On peut vérifier que si les points palpés sont régulièrement répartis par rapport à la surface théorique initiale, alors toutes les sommes de la fonction objectif s'annulent, sauf la somme des ρ_i .

La fonction objectif correspond alors à celle du critère de la dimension optimale : Minimiser $r \sum \rho_i$

On retrouve ici l'équivalence démontrée au premier chapitre entre le critère du volume minimal et celui de la dimension optimale.

3.5 - Calcul du défaut de forme de la surface palpée

Le défaut de forme de la surface palpée est l'écart entre la surface théorique extérieure aux points palpés et le point le plus éloigné. Autrement dit c'est l'écart maximal entre la surface théorique et la surface palpée.

Le défaut de forme est donc obtenu en recherchant le plus grand des écarts e_i .

Pour les critères qui conduisent à la résolution d'un Programme Linéaire, les écarts e_i sont des résultats indirectes de la résolution.

En effet, la résolution des Programmes Linéaires nécessite une mise en forme particulière de ceux-ci. En particulier chaque inéquation doit être transformée en équation par adjonction d'une *variable d'écart*.

Ainsi, dans les Programmes Linéaires correspondant aux critères, du défaut de forme minimal, de la dimension optimale et du volume minimal, chaque inéquation $e_i \geq 0$ est transformée en équation par adjonction d'une variable d'écart, ve_i , astreinte à rester positive ou nulle :

$$e_i \geq 0 \Leftrightarrow e_i - ve_i = 0$$

Les variables d'écarts constituent des variables supplémentaires par rapport aux paramètres de déplacement et de dimension ($r, u, v, w, \alpha, \beta, \gamma$) qui sont calculées lors de la résolution.

Or, d'après l'équation ci-dessus, $ve_i = e_i$

Les variables d'écarts représentent la valeur des écarts e_i . Il suffit donc de rechercher la variable d'écart maximale pour obtenir le défaut de forme de la surface. C'est la méthode que nous avons utilisée dans l'implémentation informatique du modèle calibre.

3.6 - Repère de référence pour le calcul de l'ajustement

Le repère de référence n'a pas d'influence sur le résultat du calcul de l'ajustement (nous l'avons d'ailleurs constaté expérimentalement). Cependant, le choix d'un repère de référence correspondant à la position initiale de la surface théorique diminue le nombre de paramètres à calculer et donc la taille des problèmes à résoudre. En pratique, c'est ce qui est fait dans les logiciels de métrologie.

Prenons l'exemple du plan. En choisissant trois points de la surface palpée, on détermine un plan théorique initial. Fixons un repère local sur ce plan initial tel que l'origine soit dans le plan, l'axe Z normal au plan orienté vers l'extérieur de la surface palpée et les deux autres axes ayant une orientation arbitraire (La figure a été simplifiée) :

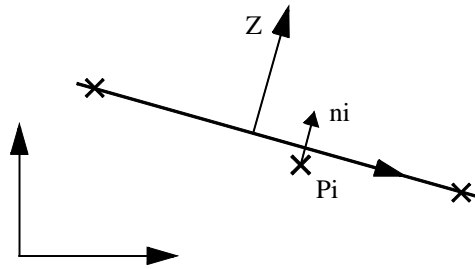


Figure II.14: Repère local du plan.

Calculons l'expression de e_i dans ce repère local :

$$e_i = \xi_i + a_i \cdot u + b_i \cdot v + c_i \cdot w + L_i \cdot \alpha + M_i \cdot \beta + N_i \cdot \gamma$$

Les paramètres de cette équation sont les composantes du torseur de petit déplacement réduit à l'origine du repère local et exprimé dans ce repère.

Or dans le repère local, on a :

$$n_i = \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad OM_i \wedge n_i = \begin{pmatrix} L_i \\ M_i \\ N_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_i c_i - z_i b_i \\ z_i a_i - x_i c_i \\ x_i b_i - y_i a_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_i \\ -x_i \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } \xi_i = -z_i$$

On obtient donc simplement :

$$\begin{aligned} e_i &= \xi_i + c_i \cdot w + L_i \cdot \alpha + M_i \cdot \beta \\ &= -z_i + w + y_i \cdot \alpha - x_i \cdot \beta \end{aligned}$$

En conclusion, dans le repère local, on a seulement trois inconnues à calculer pour le plan.

4 - **Conclusion**

L'ajustement d'une surface théorique à une surface palpée, par exemple un cylindre dans un alésage palpé, crée une «liaison» entre les deux surfaces (pour l'exemple, une liaison pivot-glissant).

Le type de la «liaison» dépend de la classe de la surface ajustée.

Le modèle calibre exploite largement ce résultat, c'est pourquoi les concepts de «classes de surfaces» et «d'ajustement» sont à la base de ce modèle.

CHAPITRE III

Le contrôle tridimensionnel

L'objet essentiel de ce court chapitre est de présenter le principe de fonctionnement des Machines à mesurer tridimensionnelles et de montrer en particulier les limites des logiciels de métrologie associés à ces machines.

Cependant nous commençons au premier paragraphe par présenter le contrôle par calibre matériel pour en montrer les avantages et les inconvénients.

1 - Le contrôle par calibre matériel

L'assemblage est sans doute la fonction la plus fréquente sur les pièces mécaniques.

Qu'il s'agisse d'un assemblage avec jeu ou avec serrage, deux conditions fonctionnelles doivent être vérifiées :

- Premièrement que le montage soit possible; autrement dit qu'un jeu minimum (assemblage avec jeu) ou un serrage maximum (assemblage avec serrage) entre les deux pièces soit garanti : Nous appelons cette condition, la **Condition de montage**.

- Deuxièmement que l'assemblage ne comporte pas trop de jeu, c'est à dire qu'un jeu maximum soit respecté (assemblage avec jeu) ou qu'un serrage minimum soit garanti (assemblage avec serrage). Nous appelons cette condition, la **Condition de précision ou de serrage minimum**.

La condition de montage peut être facilement garantie en définissant pour chacune des deux pièces devant s'assembler, une surface «frontière» que la surface réelle de la pièce ne devra pas franchir.

L'exigence du maximum de matière permet de définir, dans de nombreux cas, la surface frontière (*l'état virtuel*) (Cf. chapitre I).

Le moyen le plus simple et le plus sûr de vérifier qu'une pièce fabriquée respecte la condition de montage est d'utiliser un calibre matérialisant la surface frontière.

Les calibres ont été utilisés en industrie bien avant que le tolérancement géométrique et l'exigence du maximum de matière ne soient inventés. La définition géométrique des calibres de contrôle remplaçait alors en quelque sorte la cotation fonctionnelle de la pièce.

Aujourd'hui, parfois à cause d'une méconnaissance de l'exigence du maximum de matière et parfois à cause d'une volonté de ne pas à avoir de calibre à utiliser, les dessinateurs se contentent d'un tolérancement ordinaire (tolérance de position sans exigence de maximum de matière) pour les surfaces devant s'assembler. Cette cotation, qui peut permettre de garantir la condition de montage, est trop contraignante; elle introduit le risque de rebuter une pièce pourtant bonne, c'est à dire respectant l'état virtuel.

Toutefois, si les calibres permettent un contrôle direct de la condition de montage, en revanche ils ne donnent qu'une information «binaire» (assemblage possible ou impossible) inexploitable pour la correction du processus de fabrication.

Le contrôle par calibre n'est donc pas suffisant.

De plus leur fabrication et surtout leur gestion (stockage, entretien, étalonnage...) sont coûteuses.

2 - Le contrôle sur Machine à Mesurer Tridimensionnelle

2.1 - Description d'une Machine à mesurer tridimensionnelle

Une Machine à mesurer tridimensionnelle est essentiellement une structure mécanique permettant le déplacement d'un palpeur dans un volume de travail limité.

La pièce à mesurer est placée dans ce volume.

Pour la quasi totalité des Machines à mesurer tridimensionnelles, le déplacement du palpeur est assuré par trois liaisons glissières orthogonales couplées entre-elles suivant différentes structures, «col de signe», «portique», etc.

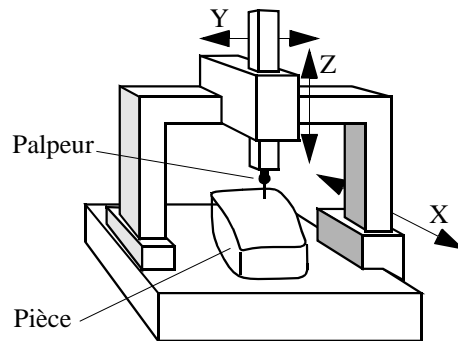


Figure III.1: Structure «portique».

L'élément terminal du palpeur, appelé le stylet, est une bille en rubis de haute sphéricité montée sur un tige métallique.

Le rôle du palpeur est de détecter le contact de la bille sur la surface de la pièce à mesurer. Au moment du contact, un système électronique permet l'enregistrement des coordonnées du centre de la bille dans un repère lié à la machine.

Les points ainsi enregistrés ne sont pas directement les points de contact entre la bille et la surface mais les centres de la bille (à l'exactitude de la machine près).

Un système informatique, qui est généralement couplé à la machine mais qui peut aussi être indépendant, permet alors l'exploitation de ces points.

2.2 - Traitement informatique des points enregistrés

Les logiciels de métrologie tridimensionnelle, permettant l'exploitation des points saisis par la Machine à mesurer tridimensionnelle ont tous la même

approche : Les surfaces élémentaires de la pièce sont palpées individuellement. Le logiciel calcule alors les paramètres de la surface théorique s'ajustant au mieux aux points palpés. Le critère d'ajustement utilisé est le critère des «moindres carrés» (Certains logiciels proposent aussi le critère de «Chebycheff»).

Selon le type de surface, les points pris en compte pour l'ajustement de la surface théorique sont soit directement les points «centre de bille», soit les points de contact «estimés», obtenus par décalage des points «centre de bille» de la valeur du rayon de la bille (valeur corrigée) suivant la direction de palpée du point.

Cette deuxième solution n'est utilisée que pour les surfaces dites «complexes», c'est à dire pour lesquelles le logiciel ne dispose pas de modèle mathématique (surfaces hélicoïdales, surfaces gauches) [COO 91]. Le modèle de la surface théorique est un nuage de points théoriques exprimés dans un repère particulier. A chaque point théorique correspond un point palpé (point de contact estimé). L'ajustement consiste uniquement à rechercher la position de ce nuage de points théoriques de manière à ce qu'ils s'ajustent au mieux avec les points palpés. Ce traitement est effectué par des logiciels particuliers et non les logiciels de métrologie de base qui ne traitent que les surfaces simples (plan, cylindre, cône et sphère).

Pour ces surfaces, dont les logiciels disposent d'un modèle mathématique, l'ajustement de la surface théorique est fait directement sur les points «centre de bille». Le logiciel corrige ensuite les paramètres du modèle de manière à tenir compte du décalage des points «centre de bille» par rapport aux points de contact. Par exemple, pour le palpée d'un alésage, le diamètre du cylindre théorique ajusté aux points «centre de bille» est augmenté de la valeur du rayon de la bille; pour le palpée d'une surface plane, le plan ajusté est décalé vers l'extérieur de la matière de la valeur du rayon de la bille.

En général, seules les surfaces théoriques ainsi obtenues sont conservées en mémoire. Les points palpés («centre de bille») sont perdus.

La pièce à contrôler est donc représentée en mémoire par un ensemble de surfaces théoriques simples.

Les différentes surfaces théoriques, représentant la pièce réelle, sont modélisées par trois types d'éléments géométriques, représentant leurs éléments positionnels : Le plan, la droite et le point.

Les seules possibilités des logiciels de métrologie sont alors la construction théorique de nouveaux éléments de ces types, et le calcul de distances et d'angles entre eux.

Suivant ces possibilités, beaucoup de spécifications normalisées, indiquées sur le dessin de la pièce, ne peuvent être contrôlées exactement. Nous présentons ci-dessous les principales difficultés créées par cette approche du contrôle sur machine à mesurer tridimensionnelle.

2.3 - Contrôle des spécifications normalisées par les logiciels de métrologie existant

Le contrôle des tolérances de dimensions et de position suivant les interprétations normalisées, qui rappelons-le sont ambiguës, ne peut pas être effectué.

Cependant, nous avons proposé au premier chapitre une autre sémantique pour ces tolérances qui peut être vérifiée par les machines à mesurer tridimensionnelles pour peu que la surface théorique ajustée soit décalée vers le point le plus à l'extérieur de la matière (ce que peu de logiciels font).

Nous nous intéressons ici davantage aux limites dues à l'approche consistant à associer indépendamment des surfaces élémentaires aux surfaces réelles de la pièce.

La première difficulté due à cette approche concerne la construction des systèmes de références.

2.3.1 - Construction des systèmes de références

La construction des systèmes de références s'appuie sur les ajustements successifs des références primaires, secondaires et tertiaires, en respectant des contraintes d'orientation entre-elles (Voir le premier chapitre).

Les logiciels actuels ne permettent pas une telle construction car chaque surface est ajustée indépendamment des autres.

Le système de référence est «réalisé» par la construction d'un repère s'appuyant sur les intersections des éléments géométriques associés aux surfaces palpées.

Prenons en exemple le système de référence suivant (emprunté à [BOU 95]) :

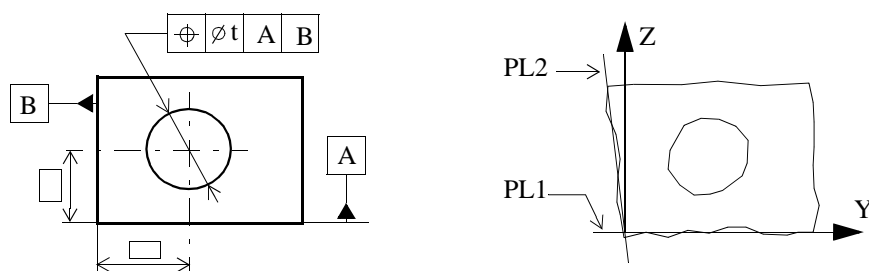


Figure III.2: Construction d'un dièdre de référence par l'approche actuelle.

PL1 et PL2 sont les plans «des moindres carrés» associés aux surfaces palpées.

Les logiciels existant procèdent de la façon suivante pour construire un repère correspondant au système de référence A,B :

- PL1 est choisi pour définir la direction primaire du repère de référence (en général l'axe Z) : Vecteur normal au plan PL1.

- PL2 est choisi pour définir la direction secondaire du repère : De façon plus ou moins automatique selon les logiciels, la droite DR3, intersection des plans PL1 et PL2, définit la direction secondaire (par exemple l'axe X).

- Enfin l'intersection de DR3 avec le plan associé à la face avant de la pièce, définit l'origine du repère.

Le repère ainsi obtenu ne correspond au système de référence normalisé. En effet les plans de base du repère (plan xOy et plan xOz) ne sont pas «tangents» aux surfaces palpées du côté extérieur de la matière.

Il en résulte une mauvaise position théorique pour l'alésage, donc une erreur sur le contrôle de la tolérance de localisation.

2.3.2 - Contrôle de la position d'un groupe de cylindres

Les groupes de cylindres sont assez fréquents en mécanique. Le tolérancement de leur position fait intervenir un modèle géométrique (un «patron») composé des axes en position théorique entre-eux.

Ce modèle peut avoir plus ou moins de degrés de liberté de positionnement par rapport aux autres surfaces de la pièce et peut également servir de référence pour le positionnement d'autres surfaces.

Or les logiciels existant ne permettent pas de tenir compte des éventuels degrés de liberté.

Prenons l'exemple suivant :

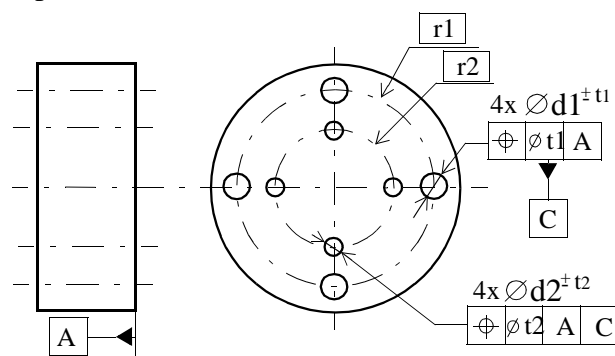


Figure III.3: Localisation de deux groupes d'alésages.

La tolérance de localisation des quatre plus gros alésages ($\varnothing d1$) spécifie que les «axes réels» des alésages doivent pouvoir être contenus dans quatre zones de tolérances cylindriques de diamètre t ; les axes de ces zones cylindriques sont en position théorique entre-eux (disposés sur un cylindre de rayon $r1$) et perpendiculaire au plan de référence A.

Par rapport aux surfaces réelles de la pièce ce groupe de quatre zones de tolérance a trois degrés de liberté, correspondant à la liaison appui-plan établi par la référence A.

Les logiciels actuels ne permettent pas d'utiliser ces degrés de liberté pour contrôler cette spécification; le métrologue est obligé de positionner les quatre zones de tolérance par rapport à des éléments géométriques de son choix, définis à partir des surfaces associées.

Toutefois, certains logiciels proposent des fonctions permettant de contrôler approximativement ce type de spécification; le problème tridimensionnel est ramené à un problème bidimensionnel en choisissant un plan de «coupe» parallèle au plan A. C'est une solution approchée qui n'est utilisable que pour des pièces de faible épaisseur.

La construction de la référence C, établi sur le groupe des quatre alésages ($\varnothing d1$), n'est pas non plus réalisable avec les logiciels actuels.

2.3.3 - Contrôle des états virtuels

L'exigence du maximum de matière permet de définir une surface «frontière» pour les surfaces réelles auxquelles elle est appliquée, appelée *état virtuel* par la norme. Le non franchissement de l'état virtuel par la surface palpée n'est pas contrôlable par l'approche traditionnelle des logiciels.

Certains logiciels proposent des fonctions de contrôle de l'exigence du maximum de matière. Cependant, ces contrôles s'appuient sur l'interprétation «en termes de zone de tolérance» (augmentation de la tolérance en fonction de la différence entre la dimension mesurée et la dimension au maximum de matière). Ces fonctions deviennent inutilisables dès que l'exigence du maximum de matière est aussi appliquée à l'élément de référence (Cf. chapitre I, paragraphe 4.2.3).

2.4 - Autres approches pour les logiciels de métrologie tridimensionnelle

Nous ne connaissons que deux logiciels dont l'approche du contrôle est relativement différente de l'approche classique et qui permettent d'effectuer certains contrôles très difficiles ou impossibles à réaliser autrement.

Le module logiciel «QUINDOS - Etalon fonctionnel 3D GAUG3D» de la société LEITZ (BROWN&SHARPE) permet d'effectuer des contrôles par calibres virtuels. Un menu permet la «construction» de calibres, composés à partir de surfaces simples (plans, cylindres,...). Les calibres qui peuvent être construits sont semblables à des calibres matériellement réalisables. Le logiciel calcule alors si le calibre virtuel, défini par l'utilisateur, peut s'assembler avec les surfaces palpées (nuages de points palpés). Du point de vue de la construction, le modèle calibre que nous proposons est assez proche de ce logiciel. Cependant, beaucoup plus général, il étend très largement les possibilités traditionnelles des calibres comme on pourra le constater au chapitre IV.

VALISYS, commercialisé par IBM, est un ensemble de cinq modules logiciels, en partie intégrés au système de CFAO Catia (Dassault Systèmes), visant à l'intégration du processus conception/cotation, fabrication, contrôle (certains modules sont au stade de la maquette). Il utilise, pour cela, le concept de calibre virtuel («*Softgauge*») d'une façon intéressante (et très différente du logiciel précédent) :

Un premier module vérifie la cohérence syntaxique, à partir des règles normalisées, du tolérancement de la pièce intégré au système de CFAO. Puis il crée, en base de donnée CFAO, les *états virtuels* correspondant qui constituent les «calibres virtuels» (Cf. chapitre I, paragraphe 4.2).

Un deuxième module permet la génération des chemins de palpage de la pièce à partir du «calibre virtuel». Le programme de contrôle pour la machines à mesurer tridimensionnelle est ainsi réalisé «hors-ligne». Après l'exécution du programme, les points palpés sont récupérés par ce module pour être comparés au «calibre virtuel». Ces «calibres» peuvent avoir plus ou moins de degrés de liberté par rapport aux éléments de références.

L'approche de ce logiciel permet donc d'effectuer des contrôles par calibre virtuel en tenant compte des références, ce que ne permet pas le logiciel QUINDOS. Cependant le tolérancement normalisé, de part ses lacunes au niveau de la construction des systèmes de références et des limites de l'exigence du maximum de matière, ne peut permettre de définir rigoureusement que quelques types de calibres fonctionnels. VALISYS est donc limité à ces calibres.

2.5 - Travaux de recherche relatifs à la métrologie sur Machine à mesurer tridimensionnelle

Les recherches relatives au contrôle sur Machine à mesurer tridimensionnelle sont peu nombreuses. Elles peuvent être classées en trois thèmes principaux :

- Beaucoup de travaux ont trait à la précision de mesure de ces machines; c'est à dire au calcul et à la correction des erreurs systématiques de mesure des coordonnées d'un point palpé. Des méthodes de calcul ont été proposées; citons notamment les travaux de M. CLEMENT et de M. CHOLET [CHO 91].
- Une autre partie importante de ces travaux concerne l'estimation et l'amélioration de la précision des calculs des ajustements et des construction effectués par les logiciels. Des campagnes de comparaison ont été menées faisant apparaître des variations relativement importantes des résultats de mesure en fonction des logiciels (et des machines) testés [DRI 91], [VAI 92].
- Enfin, différents travaux essaient d'étendre les possibilités logicielles de contrôle sur Machine à mesurer tridimensionnelle. Ainsi, différents auteurs ont proposé des algorithmes pour le problème de la localisation d'un groupe de cylindres avec ou sans référence [LEH 91].

M. BALLU [BAL 93] a proposé un «langage» permettant de généraliser l'association d'un élément géométrique composé à un ensemble de points issus des surfaces réelles de la pièce.

L'auteur distingue deux types d'éléments géométriques : les *éléments géométriques réels* (*surfaces réelles, axes réels...*) et les *éléments géométriques idéaux* (*surfaces théoriques, droite théorique...*).

Puis il définit quatre opérations applicables à ces éléments :

- L'*extraction*, qui formalise en quelque sorte le palpage de la surface réelle,
- L'*union*, qui permet de regrouper des points en un seul *élément réel* (*axe réel*),
- L'*association*, qui permet d'associer un *élément idéal* (surface ou élément théorique) à un élément réel.
- et la *construction*, qui permet de définir des éléments idéaux composés.

L'idée importante de ce travail est qu'un seul et même «langage» permet à la fois de spécifier et de contrôler les conditions géométriques fonctionnelles de la pièce. Il montre par exemple, comment des spécifications normalisées, peuvent être formalisées par ce «langage».

Cependant, en raison du bas niveau fonctionnel des opérations, une spécification géométrique même simple est très lourde à décrire par ce modèle. D'autre part dans les exemples présentés par l'auteur, les opérations, telles que les *constructions* sont décrites dans le langage naturel. Il semble difficile de pouvoir «codifier» ainsi toutes les constructions imaginables.

Enfin, nous signalons les travaux de M. BOURDET et de M. DURET qui ont eu une influence particulière, à différents titres, sur notre travail :

M. BOURDET suggère, dans un paragraphe de sa thèse intitulé «Métrologie Fonctionnelle» [BOU 87], l'idée de pouvoir ajuster une surface théorique en respectant des contraintes d'orientation ou de position par rapport à d'autres surface théoriques déjà ajustées pour permettre des mesures de dimensions «fonctionnelles». Cette idée sera reprise dans notre modèle.

M. DURET, M. GIORDANO et M. TICHADOU ont présenté une approche «calibre virtuel» pour la métrologie sur machine à mesurer tridimensionnelle [DUR 92]. Ils proposaient, pour résoudre le calcul de l'assemblage entre le calibre virtuel et une image de la pièce sous forme de points, d'utiliser le concept de «domaine jeu» [GIO 92].

Bien que nous n'utiliserons pas le concept de «domaine jeu», cette étude est à l'origine des travaux que nous présentons au chapitre suivant.

3 - **Conclusion**

Le principe des logiciels de métrologie existant est conceptuellement trop pauvre pour permettre de contrôler efficacement les spécifications normalisées.

Ce principe oblige le métrologue à faire de multiples constructions géométriques aboutissant à un contrôle approximatif des spécifications normalisées.

Nous avons montré au premier chapitre que celles-ci nécessitaient la possibilité de «construire» et d'ajuster des surfaces théoriques composées.

C'est donc l'approche que nous avons développée au travers du modèle calibre.

CHAPITRE IV

Le modèle calibre

Ce chapitre présente le sujet essentiel de nos travaux : Le modèle calibre.

En nous inspirant en particulier de la norme sur l'exigence du maximum de matière, nous avons développé un modèle conceptuel permettant de construire, de façon virtuelle, des calibres de contrôle.

Le premier objectif de ce modèle est de pouvoir reproduire le contrôle par calibre matériel, sur machine à mesurer tridimensionnelle, à partir du palpé des pièces mécaniques. Cependant le modèle calibre étend largement le champ d'application classique des calibres matériels.

Après une présentation, au premier paragraphe, du principe général du contrôle par calibre virtuel sur machine à mesurer tridimensionnelle, nous exposons, au paragraphe 2, l'ensemble des concepts qui définissent le «modèle calibre».

Le paragraphe 3, permettra d'illustrer les possibilités de contrôle offertes par ce modèle.

Au paragraphe 4, nous exposerons les méthodes mathématiques pour le calcul numérique de l'assemblage des calibres virtuels avec les pièces palpées.

Enfin, nous présenterons brièvement, au paragraphe 5, la maquette informatique, implémentant le modèle calibre, que nous développons.

1 - Principe général du contrôle par calibre virtuel sur MMT

A l'instar de la méthode actuelle, chaque surface élémentaire de la pièce est palpée individuellement sur la machine à mesurer tridimensionnelle. Les points obtenus sont les «centres de bille».

Une surface théorique élémentaire est alors «ajustée» aux points «centres de bille» de manière à estimer, par décalage de ces points, les points de contact entre la bille de palpation et la surface réelle.

Ainsi, chaque surface élémentaire de la pièce est représentée par un ensemble de points palpés (points de contact estimés), dont les coordonnées sont exprimés dans le repère de palpation lié à la machine.

Grâce aux menus d'un logiciel, l'utilisateur définit une surface théorique composée par association de surfaces théoriques élémentaires.

Chaque surface théorique élémentaire concerne une seule surface palpée de la pièce.

Le logiciel calcule alors la position de la surface théorique composée de manière à ce que chaque surface élémentaire la composant soit entièrement du côté extérieur de la matière par rapport à la surface palpée que celle-ci concerne.

Dans le modèle que nous allons présenter ci-dessous, les surfaces théoriques élémentaires sont appelées les **calibres élémentaires** et la surface théorique composée, le **calibre composé**.

S'il existe une position dans laquelle chaque surface théorique élémentaire est à l'extérieur de la matière par rapport à la surface palpée qu'elle concerne, nous dirons que l'assemblage du calibre composé est possible. Sinon nous dirons que l'assemblage est impossible.

2 - Description du modèle calibre

2.1 - Le calibre élémentaire

Un calibre élémentaire est un solide fictif limité par une surface théorique élémentaire infinie (non limitée par un contour).

Il possède un certain nombre de caractéristiques intrinsèques, comme sa dimension et son «comportement», et sa position est définie grâce au repère dont il est muni.

Un calibre élémentaire est toujours en relation avec une seule surface réelle de la pièce à contrôler. La forme du calibre élémentaire correspond à la forme nominale de la surface réelle.

Nous prévoyons quatre types de calibres élémentaires, correspondant aux quatre surfaces élémentaires les plus courantes : Le Plan, le Cylindre, le Cône et la Sphère. D'autres calibres élémentaires pourront être ajoutés.

Pour ces quatre calibres élémentaires, nous définissons leur repère de la façon suivante :

Calibre plan :

Le repère du calibre Plan est tel que son origine est dans le plan et l'axe Z est perpendiculaire au plan et dirigé vers le coté extérieur de la matière par rapport à la surface réelle qu'il concerne (les deux autres axe ont une orientation quelconque dans le plan) :

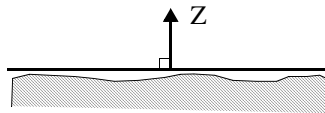


Figure IV.1: Calibre Plan.

Calibre cylindre :

L'origine du repère est sur l'axe du cylindre et l'axe Z est parallèle à cet axe :

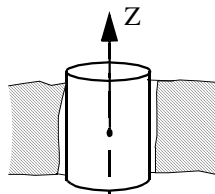


Figure IV.2: Calibre Cylindre.

Calibre Cône :

L'origine du repère correspond au sommet du cône et l'axe Z correspond à l'axe du cône et est orienté vers l'intérieur du cône :

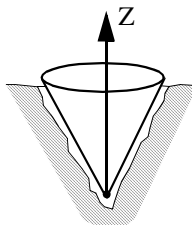


Figure IV.3: Calibre Cône.

Calibre Sphère :

L'origine du repère correspond au centre de la sphère. Les axes ont une orientation quelconque.

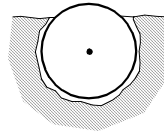


Figure IV.4: Calibre Sphère.

Les trois derniers calibres élémentaires (cylindre, cône et sphère) sont «intérieurs» ou «extérieurs» : Ils sont «intérieurs» s'ils concernent une surface palpée intérieure (alésage). C'est le cas dans les trois figures ci-dessus. Et ils sont «extérieurs» s'ils concernent une surface extérieure (arbre).

2.2 - Construction d'un calibre composé

A partir des calibres élémentaires, on peut construire une multitude de calibres composés.

Pour cela on définit la position de chacun des calibres élémentaires, composant le calibre composé, par rapport à un repère unique constituant le repère du calibre composé.

Nous avons choisi de définir la position d'un calibre par les six paramètres scalaires suivants :

- Les trois coordonnées de l'origine de son repère,

Les trois angles de Bryant (ψ , θ , φ) définissant l'orientation de son repère (Voir paragraphe 1.1.2 du chapitre II).

Nous avons choisi de limiter les trois angles aux intervalles suivants :

$$\psi \in]-\pi, \pi], \theta \in]-\pi/2, \pi/2], \varphi \in]-\pi, \pi]$$

Plusieurs de ces paramètres peuvent être nuls selon le type de calibre élémentaire à positionner. Ainsi pour le cylindre, en considérant que son origine est à l'intersection de son axe avec l'un des plans de base du repère du calibre composé, alors l'une des coordonnées de son origine est nulle. De plus, tout comme le plan et le cône, seuls les deux premiers angles de Bryant sont utiles pour orienter le Cylindre, le troisième est nul. On retrouve ici le nombre de paramètre minimal mis en évidence dans le modèle des surfaces exposé au chapitre II.

A titre d'illustration, voici un exemple de calibre composé de deux Plans perpendiculaires et d'un Cylindre intérieur. Pour chaque calibre élémentaire, nous avons donné les coordonnées de son origine (première colonne) et les angles de

Bryant définissant son orientation (deuxième colonne). (Le repère du calibre composé est noté Rcc) :

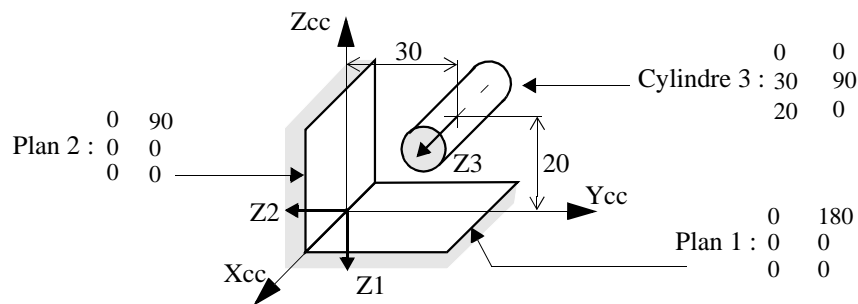


Figure IV.5: Exemple de construction d'un calibre composé.

Cette construction de calibres élémentaires est normalement «rigide»; c'est à dire que la position des calibres élémentaires est fixe par rapport au repère du calibre composé. Cependant, nous verrons plus loin, qu'il est possible de définir des degrés de liberté aux calibres élémentaires, leur permettant ainsi de changer de position par rapport au repère du calibre composé. Dans ce cas, la position définie à la construction du calibre composé est la position initiale du calibre élémentaire.

2.3 - Comportement d'un calibre élémentaire

2.3.1 - Les comportements «ajustant» et «limitant»

Nous définissons deux comportements au choix pour les calibres élémentaires : Un calibre élémentaire est soit **limitant** soit **ajustant**. Ce choix dépend de la condition fonctionnelle à contrôler.

Un **calibre élémentaire limitant** s'apparente tout à fait à un calibre matériel : Soit il s'assemble avec la surface réelle qu'il concerne, soit il ne s'assemble pas. Sa dimension, s'il en possède une, est figée.

Assemblé avec la surface réelle qu'il concerne, il limite les déplacements du calibre composé auquel il appartient; c'est pourquoi nous avons choisi de qualifier ce comportement de «limitant».

Un **calibre élémentaire ajustant** se différencie du calibre limitant par le fait qu'il «cherche» à s'ajuster à la surface réelle qu'il concerne. S'il possède une dimension intrinsèque, celle-ci est variable pour permettre au calibre de s'ajuster. Par exemple un Cylindre intérieur ajustant va chercher à «gonfler» à l'intérieur de l'alésage qu'il concerne. En s'ajustant, le calibre élémentaire «déplace» le calibre composé auquel il appartient. Il influence donc la position assemblée du calibre composé.

Le critère d'ajustement des calibres élémentaires est, par défaut, le critère du volume minimal que nous avons introduit au premier chapitre et développé au second. Cependant le critère du défaut de forme minimal, ou celui de la dimension

optimale (à condition que le calibre ne soit composé que de calibres élémentaires ayant une dimension intrinsèque) peuvent aussi être choisis.

Pour bien faire comprendre l'effet de ces deux comportements, nous allons examiner différents choix de comportement sur un exemple de calibre composé.

Le calibre que nous considérons est composé d'un Plan et d'un Cylindre intérieur perpendiculaire au plan.

Premier cas : Le Cylindre est ajustant et le Plan est limitant.

Une fois assemblé, le calibre composé est dans une position telle que le cylindre est complètement ajusté à l'alésage :

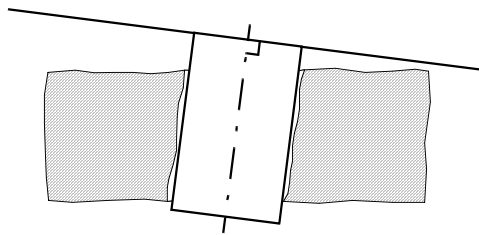


Figure IV.6: Premier cas : Cylindre ajustant et Plan limitant.

Notons que pour ce calibre composé, le Plan ne peut pas limiter l'ajustement du cylindre. Si le Plan avait été parallèle au cylindre, sur l'une des faces latérales de la pièce, il aurait pu être limité l'ajustement du Cylindre, comme l'illustre cette figure :

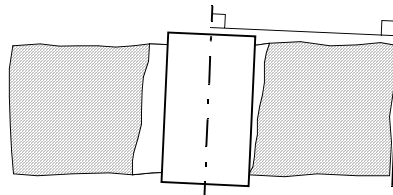


Figure IV.7: Plan limitant parallèle au cylindre ajustant.

Deuxième cas : Le Plan est ajustant et le Cylindre est limitant

Le cylindre étant limitant, son diamètre est figé. Selon la valeur de ce diamètre, trois situations sont possibles :

- Soit l'assemblage est impossible car le diamètre du cylindre est trop grand.

- Soit l'assemblage est possible mais l'ajustement du plan est partiel car le cylindre limite les déplacements du calibre composé :

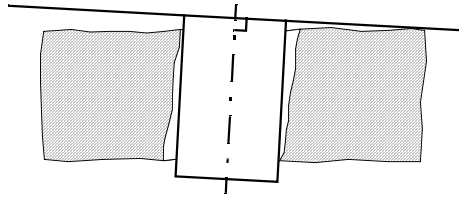


Figure IV.8: Deuxième cas : Cylindre limitant et Plan ajusté partiellement.

- Ou alors l'assemblage est possible et l'ajustement du plan est complet car le diamètre du cylindre est suffisamment petit pour cela :

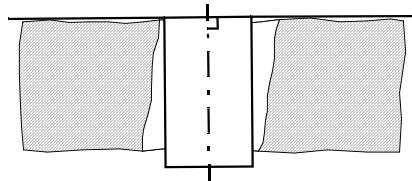


Figure IV.9: Deuxième cas : Cylindre limitant et Plan ajusté complètement.

Troisième cas : Le Plan et le Cylindre sont tous les deux ajustants.

Le calibre composé prend une position assemblée et le Cylindre un diamètre qui minimisent le volume total compris entre la surface théorique composée et les surfaces réelles (si le critère choisi est celui du volume minimal) :

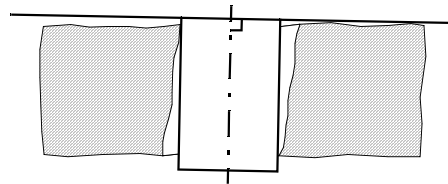


Figure IV.10: Troisième cas : Plan et Cylindre ajustants.

Remarque : Avec le critère du défaut de forme minimal, le calibre composé obtenu est tel que les écarts maximaux entre d'une part, le cylindre et l'alésage et d'autre part, le plan et la surface plane, sont égaux et minimums.

2.3.1.1 - Degrés de liberté du calibre assemblé

L'ajustement d'un calibre élémentaire crée une liaison entre le calibre composé auquel il appartient et la pièce réelle.

Les déplacements permis par cette liaison sont ceux qui laissent invariante la surface du calibre ajusté. Ils appartiennent donc au sous-groupe de déplacements correspondant à la classe de cette surface (Cf. paragraphe 1.2 du chapitre II). Dans la suite nous dirons «surface ajustée» pour parler de la surface d'un calibre ajusté.

Si plusieurs calibres élémentaires sont ajustés, alors les déplacements que peut avoir le calibre composé doivent laisser invariante chacune des surfaces ajustées. Il

s'agit donc du sous-groupe de déplacements laissant invariante la surface composée de toutes les surfaces ajustées.

Donc, pour déterminer le sous-groupe de déplacements autorisé au calibre composé, autrement dit ses degrés de liberté, il suffit de «reclasser» la surface composée de toutes les surfaces ajustées.

Notons que les déplacements autorisés pour le calibre composé, peuvent être limités en amplitude par la présence de calibres limitants dans le calibre composé.

Ceci apparaît clairement sur les exemples précédents. En particulier dans la deuxième situation du deuxième cas (figure IV.9), les déplacements autorisés par la liaison appui-plan créée par l'ajustement du Plan sont limités en translation par le Cylindre limitant.

Au paragraphe suivant, nous allons introduire la possibilité de donner des priorités aux calibres élémentaires ajustants, de manière à ce qu'ils s'ajustent avant les autres.

Ainsi, on pourra demander, par exemple, que le Plan s'ajuste avant le Cylindre.

Après l'ajustement complet du Plan, le calibre composé n'a plus que trois degrés de liberté correspondant à la liaison appui-plan.

L'ajustement du Cylindre se fait alors en tenant compte de ces degrés de liberté. Les translations dans le plan permettent au Cylindre de s'ajuster partiellement. Le calibre composé n'a plus alors qu'un seul degré de liberté correspondant à la rotation autour de l'axe du Cylindre.

Le calibre composé prend alors la situation assemblée suivante :

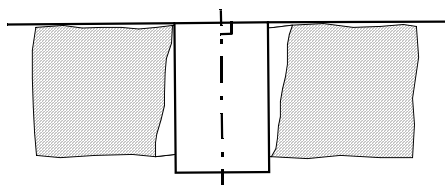


Figure IV.11: Plan ajusté avant le Cylindre.

On devine déjà, sur cet exemple, que ces priorités vont permettre de reproduire les mises en positions définies par les *systèmes de références* de la cotation normalisée.

Il faut remarquer que si l'ordre (Plan avant Cylindre ou Cylindre avant Plan) influence la position finale de l'assemblage, il n'influence pas les degrés de liberté du calibre assemblé qui ne dépendent que de la classe de la surface composée des surfaces ajustées.

2.3.2 - Les «ajustants prioritaires»

Nous introduisons donc à présent la possibilité de donner des priorités aux calibres élémentaires ajustants.

Nous définissons trois niveaux de priorité, chacun d'eux ne pouvant être donné qu'à un seul calibre élémentaire à la fois :

Ajustant de niveau 1, que nous notons plus simplement **ajustant1** : Le calibre de ce niveau s'ajuste avant tous les autres.

Ajustant de niveau 2, ou **ajustant2** : Le calibre de ce niveau s'ajuste après le calibre ajustant 1.

Ajustant de niveau 3, ou **ajustant3** : Le calibre de ce niveau s'ajuste après le calibre ajustant 2.

Ces trois priorités ne peuvent être données qu'à des calibres élémentaires dont l'ajustement supprime des degrés de liberté au calibre composé. Nous expliquerons pourquoi dans la suite.

Nous appelons les calibres ayant ces priorités, les «**ajustant prioritaires**» et nous réservons le terme «**ajustant**» aux calibres sans priorité, s'ajustant simultanément et après les calibres ajustants prioritaires (s'il y en a).

Pour illustrer notre propos, considérons le calibre composé suivant, dans lequel les calibres élémentaires sont perpendiculaires ou parallèles entre-eux :

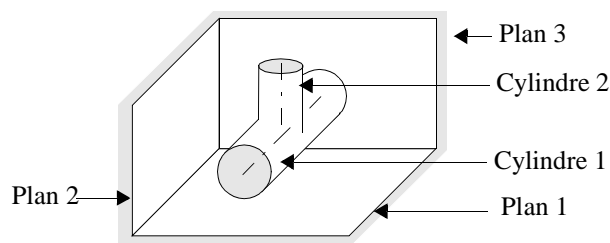


Figure IV.12: Exemple de calibre composé.

Donnons les priorités suivantes aux calibres élémentaires :

Plan 1 : Ajustant 1

Plan 2 : Ajustant 2

Plan3 : Ajustant 3

Cylindre 1 : Ajustant

Cylindre 2 : Ajustant

L'ajustement des Plans modifie la position du calibre composé par rapport à la pièce et élimine progressivement tous les degrés de liberté du calibre composé.

Nous supposons que les Cylindres ne peuvent pas limiter l'ajustement des plans (Pour simplifier les figures, les Cylindres n'ont pas été représentés).

Après l'ajustement du Plan 1, le calibre composé n'a plus que trois degrés de liberté : Deux translations dans le Plan et une rotation suivant la normale au plan :

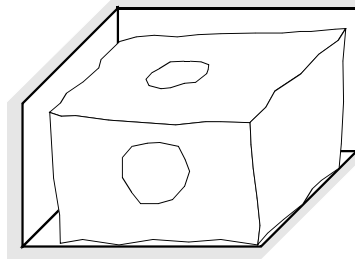


Figure IV.13: Position du calibre après l'ajustement du plan 1.

Après l'ajustement du Plan 2, le calibre composé n'a plus qu'un degré de liberté : la translation suivant la direction du dièdre formé par les Plans 1 et 2 :

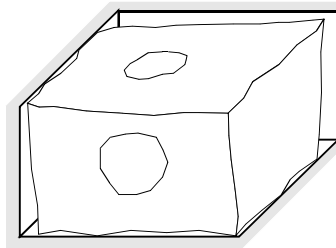


Figure IV.14: Position du calibre après l'ajustement du plan 2.

Après l'ajustement du Plan 3, le calibre composé n'a plus aucun degré de liberté.

On obtient la situation suivante :

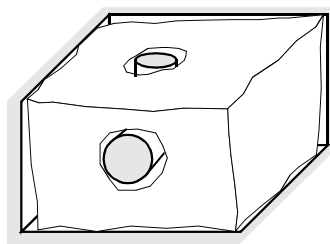


Figure IV.15: Plans ajustés hiérarchiquement - Cylindres pas encore ajustés.

On constate alors que les deux Cylindres peuvent être ajustés dans n'importe quel ordre et même simultanément, le résultat de leur ajustement reste le même. Ceci est dû au fait que le calibre composé n'a plus aucun degré de liberté.

Il est donc inutile de donner une priorité à l'un ou à l'autre des cylindres.

En fait ce résultat est la conséquence d'un résultat plus général que nous énonçons sous la forme d'un théorème :

Théorème :

L'ajustement d'un calibre, qui ne supprime aucun degré de liberté restant au calibre composé, peut être fait à n'importe quel moment par rapport aux calibres restant à ajuster.

Par exemple, une fois que les plans 1 et 2 ont été ajustés, le Cylindre 1 peut être ajusté avant ou après le Plan 3 et le Cylindre 2. Le résultat de son ajustement reste le même.

Démonstration :

Supposons que n calibres élémentaires aient été ajustés ($n \geq 1$). Les degrés de liberté du calibre composé dépendent de la classe de la surface composée des surfaces ajustées.

L'ajustement d'un nouveau calibre, donne une nouvelle surface composée qui est l'association de l'ancienne surface composée avec la nouvelle surface ajustée.

Si cette nouvelle surface composée se «reclasse» dans la même classe que l'ancienne surface composée, cela signifie que le sous-groupe des déplacements autorisés au calibre composé reste inchangé. Le calibre composé garde la même position et les mêmes degrés de liberté.

Par conséquent l'ajustement de ce calibre n'a aucune influence sur le résultat de l'ajustement des calibres restant à ajuster.

Réciproquement, l'ajustement des calibres restants à ajuster est sans effet sur l'ajustement de ce calibre.

Il peut donc être ajusté à n'importe quel moment par rapport aux calibres restant à ajuster.

De ce théorème, nous concluons qu'il est inutile de donner une priorité à un calibre dont l'ajustement ne supprime aucun degré de liberté. Nous définissons donc la règle suivante :

Règle de priorité :

Un calibre ajustant ne peut avoir une priorité sur les calibres restant à ajuster, que si son ajustement supprime un ou plusieurs degrés de liberté au calibre composé.

Autrement dit, un calibre élémentaire ne peut être ajustant prioritaire que si son ajustement supprime un ou plusieurs degrés de liberté.

S'il supprime des degrés de liberté cela signifie que l'association de sa surface, avec la surface composée des surfaces déjà ajustées, se reclasse dans une classe de dimension inférieure à celle de la surface composée déjà ajustée.

Or, dans le tableau des reclassements (tableau II.3, p. 71), on constate que si on ne considère que les associations de surfaces donnant une surface composée de dimension inférieure à celles des deux surfaces composantes, alors au maximum, au bout de deux associations, c'est à dire de trois surfaces composantes, la surface composée obtenue est de classe quelconque : Plus aucun déplacement ne la laisse invariante.

On constate même que, dans certains cas, une seule association de deux surfaces composantes suffit à obtenir une surface de la classe quelconque. Par exemple l'association de deux cylindres d'axes non parallèles se reclasse dans la classe des «surfaces quelconques».

Pour le calibre composé, cela signifie que la liaison établie par cette surface composée, avec la pièce, est une liaison complète. Le calibre n'a plus aucun degré de liberté possible.

Ceci démontre que les trois niveaux de priorités que nous avons définis, ajustant 1, 2 et 3, sont nécessaires et suffisants. Les deux premiers niveaux peuvent suffire à supprimer tous les degrés de liberté au calibre composé. Sinon, le niveau 3 supprime obligatoirement le ou les derniers degrés de liberté.

En résumé, on pourra avoir, dans un calibre composé, plusieurs calibres élémentaires ajustant ou limitant, un seul calibre ajustant1, un seul ajustant2 et un seul ajustant3.

N'importe quel calibre élémentaire peut être ajustant 1 puisque son ajustement supprimera obligatoirement des degrés de liberté au calibre composé.

Un calibre ne peut être ajustant 2 que si un calibre ajustant 1 a déjà été défini et si son ajustement supprime des degrés de liberté au calibre composé.

Un calibre ne peut être ajustant 3 que si un calibre ajustant 2 a déjà été défini et si son ajustement supprime des degrés de liberté au calibre composé. En particulier si les calibres ajustant 1 et ajustant 2 éliminent tous les degrés de liberté du calibre composé, le niveau 3 ne peut pas être utilisé.

2.3.3 - Supériorité du comportement «ajustant prioritaire»

Si le calibre composé, contient des calibres élémentaires limitants, ces calibres peuvent en théorie limiter l'ajustement des calibres «ajustants prioritaires».

Nous donnons une priorité «absolue» aux calibres ajustant prioritaires de manière à ce que leur ajustement ne soit pas limité par la présence des autres calibres, qu'ils soient limitants ou ajustants:

Les calibres ajustants prioritaires sont ajustés en premier sans tenir compte de la présence des autres calibres du calibre composé. On vérifie ensuite que, dans la

position assemblée du calibre composé, et en tenant compte de ses degrés de liberté, les autres calibres ajustant ou limitant peuvent s'assembler avec leurs surfaces réelles respectives. Il se peut alors qu'un ou plusieurs de ces calibres ne puissent s'assembler, auquel cas on conclut à un assemblage impossible du calibre composé tout entier.

Les applications du modèle calibre seront présentées au paragraphe 3, cependant nous pouvons déjà dire que les calibres ajustants prioritaires, en établissant une mise en position du calibre composé par rapport à la pièce à contrôler, permettent de reproduire les *systèmes de références* définis par la cotation normalisée.

2.4 - Degrés de liberté d'un calibre élémentaire

La construction du calibre composé définit les positions théoriques des calibres élémentaires entre-eux, ou, plus exactement, leurs positions théoriques par rapport au repère du calibre composé.

Par défaut ces positions sont fixes. Elle ne changent pas lors de l'assemblage du calibre composé.

Cependant, dans certains cas fonctionnels, il est nécessaire que certaines positions ne soient pas figées.

Nous introduisons donc la dernière propriété associée aux calibres élémentaires : Il s'agit de la possibilité de donner aux calibres élémentaires des degrés de liberté de déplacement par rapport au repère du calibre composé, leur permettant ainsi, lors de l'assemblage, de changer de position.

D'une façon un peu imagée, il s'agit de définir des liaisons à un ou plusieurs degrés de liberté entre les calibres élémentaires du calibre composé.

Cependant, pour simplifier le modèle et son implémentation informatique, nous limitons la définition des degrés de liberté d'un calibre élémentaire aux translations et rotations suivant les axes du repère du calibre composé.

Nous pourrions donc définir jusqu'à six degrés de liberté à un calibre élémentaire : Trois translations le long des axes, T_x , T_y et T_z , et trois rotations autour des axes, R_x , R_y et R_z .

Cette technique à l'avantage d'être simple à utiliser et de permettre de créer des liaisons complexes entre le calibre élémentaire et les autres calibres. Par exemple en autorisant les trois translations, on peut représenter la liaison obtenue par trois glissières en série perpendiculaires entre-elles.

Par contre, elle limite les liaisons qui peuvent être définies, en imposant que leurs éléments géométriques «positionnels» correspondent aux axes et plans de

base du repère du calibre composé. Cependant il semble, en examinant de nombreux exemples, que cette contrainte ne soit pas gênante en pratique.

2.4.1 - Degrés de liberté entre les calibres «ajustants prioritaires»

Les déplacements que peut avoir le calibre composé dépendent de la classe de la surface composée des surfaces ajustées. Cette classe dépend bien sûr de la classe de chacune de ces surfaces mais aussi de leurs positions relatives.

La «construction» du calibre composé définit les positions initiales des calibres élémentaires entre-eux. Si on donne à certains calibres élémentaires des degrés de liberté de déplacement (T_x , T_y , T_z , R_x , R_y , R_z), leurs positions par rapport aux autres calibres changent lors de l'assemblage, ce qui peut changer la classe de la surface composée ajustée.

Or les comportements ajustant1, 2 et 3 sont utilisés au moment de la «construction» du calibre composé et sont donc relatifs aux positions initiales des calibres élémentaires entre-eux.

Si on donne des degrés de liberté au calibre ajustant2, sa position changera lors de l'assemblage. Ce changement de position risque de conduire à une surface composée ajustée de classe différente de celle de la surface composée des surfaces en position initiale. Par exemple, si le calibre ajustant1 est un Plan et le calibre ajustant2 un Cylindre perpendiculaire au Plan et qu'un degré de liberté en rotation soit donné au Cylindre alors l'assemblage risque de conduire à une surface composée de classe «surface quelconque», ne laissant en théorie aucun degré de liberté au calibre composé, alors que dans la position initiale de ces deux calibres, la classe de la surface composée est «surface de révolution», laissant un degré de liberté au calibre composé après assemblage.

Ce changement de classe, incontrôlable car dépendant de la pièce réelle, doit être rendu impossible. Nous devons donc interdire la possibilité de donner, aux calibres ajustant prioritaires, des degrés de liberté susceptibles de modifier la classe de la surface composée ajustée.

Cette interdiction correspond à l'obligation, pour les éléments des systèmes de références normalisés, d'être en position théorique entre-eux lors de leur ajustement aux surfaces réelles (Cf. paragraphe 3.2.4 du chapitre I).

Cependant nous n'interdisons pas la possibilité de définir des degrés de liberté aux calibres ajustant prioritaires. En effet, ils peuvent s'avérer utiles dans certains cas.

Par exemple, si le calibre ajustant1 est un Cylindre et le calibre ajustant2 un autre Cylindre parallèle au premier, il peut être nécessaire de permettre à la distance entre-axe d'être variable pour l'ajustement du deuxième calibre; dans ce cas on donnera un degré de liberté en translation au calibre ajustant2 (nous supposons ici qu'étant donné la géométrie nominale de la pièce, il n'y a aucun

risque que la distance entre-axe s'annule lors de l'assemblage ce qui conduirait à un changement de classe de la surface composée ajustée). En revanche tout degré de liberté en rotation doit être interdit car il risque de modifier l'angle entre les deux cylindres et donc de changer la classe de la surface composée.

Remarque :

Dans les exemples de systèmes de références présentés par les normes, le positionnement des éléments de référence entre-eux ne fait intervenir que des dimensions angulaires (le plus souvent des perpendicularités). La norme n'explicite pas comment doit être établi un système de références lorsque les éléments de référence sont positionnés entre-eux par une dimension linéaire. Ainsi l'exemple de deux cylindres parallèles, l'un servant de référence primaire et l'autre de référence secondaire, n'est pas présenté dans les normes.

Le modèle calibre permet de préciser dans cet exemple, si la distance entre les axes des deux cylindres est fixe ou variable pour l'établissement du système de références. Le modèle calibre constitue donc un modèle plus précis et plus souple pour la définition des systèmes de références.

2.5 - Calibre composé utilisé comme composante

Pour des raisons essentiellement pratiques, nous définissons deux calibres composés particuliers pouvant être utilisés comme composantes d'un calibre composé de la même façon qu'un calibre élémentaire [PAI 94].

Il s'agit du calibre formé de deux plans parallèles et celui formé de deux plans sécants. Ces deux calibres ont la particularité d'être caractérisés par une seule dimension intrinsèque : Distance entre plans et angle entre plans.

Pour pouvoir les utiliser comme composante, nous leur associons un repère de la façon suivante :

Calibre formé de deux plans parallèles :

L'origine du repère associé à ce calibre est sur le plan de symétrie, et l'axe Z est perpendiculaire à ce plan :

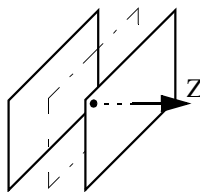


Figure IV.16: Calibre formé de deux plans parallèles.

Calibre formé de deux plans sécants :

L'origine du repère associé à ce calibre est sur la droite intersection des deux plans, l'axe Z est parallèle à cette droite et l'axe Y est perpendiculaire au plan de symétrie :

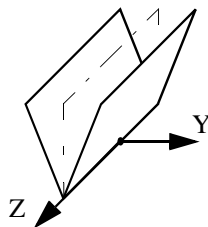


Figure IV.17: Calibre formé de deux plans sécants.

Comme pour les calibres Cylindre, Cône et Sphère, ces deux calibres peuvent être «intérieur» ou «extérieur» (voir paragraphe 2.1).

Toutes les propriétés définies pour les calibres élémentaires (comportements et degrés de liberté) peuvent leur être attribuées : S'ils sont limitants, leur dimension (distance entre plans parallèles ou angle entre plans sécants) est figée; s'ils sont ajustants, la dimension est variable.

Dans l'état actuel du modèle calibre, aucun autre calibre composé autre que les deux précédents, ne peut être utilisé comme composante dans un autre calibre.

Cependant, nous prévoyons, dans les perspectives de développement du modèle calibre, de donner la possibilité d'utiliser un calibre composé, défini par l'utilisateur, comme composante d'un autre calibre composé.

Le premier calibre composé étant muni d'un repère propre, on peut définir sa position dans le repère du second. L'utilisateur pourrait lui attribuer un comportement, par exemple ajustant1.

Cette extension du modèle calibre nécessiterait de définir la signification du comportement attribué au calibre composé par rapport aux comportements des calibres élémentaires le composant. Cependant cela ne semble pas trop compliqué.

Elle permettrait notamment de reproduire les *références communes* de la cotation normalisée.

2.6 - Couplage des dimensions entre calibres élémentaires

Lorsque plusieurs calibres élémentaires sont ajustants, ils s'ajustent simultanément de manière à minimiser globalement le critère d'ajustement (critère du volume minimal). La variation de leurs dimensions respectives sont normalement indépendantes. Par exemple si deux Cylindres sont ajustants, leurs diamètres varient de façon complètement indépendante.

Cependant, il est souvent intéressant en pratique que certaines relations soient respectées entre les dimensions des calibres ajustants; par exemple, que les diamètres de deux Cylindres parallèles ajustants soient égaux.

Dans l'état actuel du modèle calibre, il n'est pas possible de spécifier de telles relations entre les dimensions des calibres ajustants. Cependant cette extension ne devrait pas poser de difficulté au moins pour des relations simples (égalité ou rapport entre les dimensions).

Remarque :

Pour simplifier le développement de la maquette informatique que nous avons réalisée, les dimensions des calibres élémentaires ajustants ne sont pas indépendantes. L'utilisateur donne des dimensions initiales aux calibres élémentaires. Les variations de ses dimensions, qui permettent aux calibres de s'ajuster, sont toutes égales. Ainsi, si l'utilisateur donne des dimensions initiales toutes égales, les dimensions «ajustées» le seront également.

3 - Métrologie tridimensionnelle par le modèle calibre

Les méthodes de calcul associées aux calibres virtuels seront présentées au paragraphe 4.

Nous présentons d'abord l'utilisation du modèle calibre en métrologie numérique tridimensionnelle au travers de quelques exemples. Cela permettra notamment de rappeler les concepts qui définissent le modèle calibre.

L'utilisateur dispose d'une image de la pièce sous forme d'un ensemble de «nuages» de points palpés. Chaque «nuage» représente une surface élémentaire de la pièce.

Il définit le calibre composé grâce aux menus du logiciel.

L'assemblage du calibre composé avec l'image de la pièce conduit à un ensemble d'informations numériques. Nous commençons par présenter ces informations.

3.1 - Informations associées à l'assemblage d'un calibre composé

Si le calibre composé, défini par l'utilisateur, ne peut pas s'assembler avec les surfaces palpées de la pièce, aucune information supplémentaire n'est donnée.

Les informations liées à l'assemblage d'un calibre composé, sont d'une part sa position par rapport au repère de palpation et d'autre part l'ensemble des informations associées à l'assemblage de chaque calibre élémentaire le composant.

L'assemblage de chaque calibre élémentaire fournit, au maximum, trois types d'informations, selon son comportement et ses degrés de liberté :

- La nouvelle position du calibre élémentaire par rapport au repère du calibre composé, si des degrés de liberté lui ont été attribués.
- La dimension du calibre ajusté, si le calibre est ajustant ou «ajustant prioritaire».
- L'écart maximal entre la surface palpée et la surface du calibre élémentaire, si le calibre est ajustant ou «ajustant prioritaire». C'est à dire la distance du point de la surface palpée le plus éloigné de la surface du calibre ajusté. Le calibre ajusté étant obligatoirement en contact avec la surface palpée, la distance du point palpé le plus proche est nulle.

Ses trois informations suffisent à la plupart des contrôles comme nous allons l'illustrer à présent.

3.2 - Identification et contrôle des surfaces palpées

Utilisés seuls, c'est à dire en dehors d'un calibre composé, les calibres élémentaires ajustants permettent «d'identifier» les surfaces palpées de la pièce, c'est à dire de leur associer une surface théorique définissant leurs positions et leurs dimensions.

En effet l'ajustement d'un calibre élémentaire sur une surface palpée permet de mesurer la dimension de la surface enveloppe et d'estimer le défaut de forme de la surface conformément à l'interprétation des tolérances de forme et de dimension que nous avons proposée au paragraphe 7 du chapitre I.

La dimension de la surface correspond à la dimension du calibre ajusté et son défaut de forme à l'écart maximal entre la surface du calibre ajusté et la surface réelle.

La «position» de la surface réelle est donnée par le repère du calibre élémentaire ajusté. L'origine de ce repère est placée au centre approximatif de la surface palpée (centre de la surface plane, milieu de la hauteur de la surface cylindrique, etc.).

Cette identification des surfaces palpées, par l'utilisation des calibres élémentaires seuls, est faite automatiquement par la maquette informatique que nous avons développée. Nous verrons au paragraphe 4 que cette identification est nécessaire pour la construction des calibres composés.

Les calibres composés de deux plans parallèles et de deux plans sécants, que nous avons présentés au paragraphe 2.5, peuvent eux aussi être utilisés seuls. Les mêmes informations sont obtenues. L'écart maximal donnée par l'ajustement du calibre composé représente le défaut de forme de la surface composée.

3.3 - Contrôle des conditions de montage

Un calibre composé uniquement de calibres élémentaires limitants permet de vérifier, comme un calibre matériel, les conditions de montage des pièces fabriquées. Certains calibres sont technologiquement difficile à fabriquer. En revanche rien ne limite la «construction» des calibres virtuels.

D'autre part, la cotation normalisée, correspondant à ce type de condition fonctionnelle, s'appuie sur l'utilisation de l'exigence du maximum de matière (Cf. paragraphe 4.2.3 du chapitre I). Le modèle calibre permet de construire des calibres de contrôle impossibles à définir par la cotation normalisée (Cf. l'exemple traité au chapitre V).

3.4 - Etablissement des références et des systèmes de références

Les comportements «ajustant prioritaire» permettent de reproduire les mises en position fonctionnelles des pièces mécaniques.

Ils permettent donc d'établir les références simples, par utilisation d'un calibre ajustant 1, et les systèmes de références, par utilisation de plusieurs «ajustants prioritaires», de façon conforme à leurs définitions normalisées, au contraire des logiciels de métrologie existant.

Nous avons déjà donné deux exemples de construction de système de références lors de la présentation du modèle calibre au paragraphe 2.

Par rapport à la norme, le modèle calibre apporte davantage de rigueur dans la définition des références et des systèmes de références tout en étant plus souple.

En revanche, dans l'état actuel de son développement, il ne permet pas de reproduire une mise en position établie par un groupe de plusieurs surfaces élémentaires. Sauf pour certains cas particuliers comme, par exemple, les deux paliers d'un arbre ayant le même diamètre nominal, pour lesquels il suffit de considérer, lors du palpé de la pièce, les deux surfaces comme une seule surface (un seul «nuage» de points palpés).

Nous ne pouvons donc pas établir, en général, les «références communes» ou les «groupes d'éléments pris en référence» qui sont présentés dans la cotation normalisée.

Cependant, l'extension du modèle calibre pour permettre l'utilisation d'un calibre composé comme composante d'un autre calibre composé, permettrait d'établir ce type de mise en position. Par exemple prendre en référence les deux paliers d'un arbre, ayant des diamètres nominaux différents, on définirait un premier calibre composé de deux Cylindres ajustants sur les paliers palpés. Puis, on utiliserait ce calibre composé comme composante «ajustant 1» dans un autre

calibre, pour contrôler, par exemple, le battement d'une autre surface de l'arbre (Voir paragraphe 3.7.2).

Grâce à cette extension du modèle calibre, les définitions des concepts de «références communes» et de «groupe d'éléments pris en référence» seraient uniformisées et davantage formalisées.

3.5 - Mesure de dimension fonctionnelle

Différentes mesures de dimension «fonctionnelles» peuvent être faites.

Par exemple, on peut mesurer la valeur du plus grand diamètre entrant dans un alésage suivant une orientation imposée :

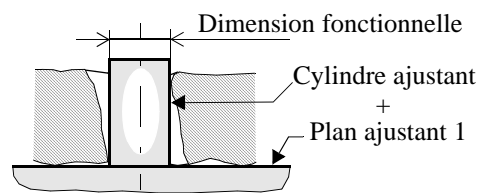


Figure IV.18: Exemple de mesure de dimension fonctionnelle.

3.6 - Mesure de distance

Grâce à la possibilité de donner un ou plusieurs degrés de libertés de déplacement à un calibre élémentaire par rapport au repère du calibre composé, différentes mesures de distances ou d'angles peuvent être faites.

Dans cet exemple, on mesure la distance d entre le plan d'appui et le plus grand cylindre, parallèle à ce plan, entrant dans l'alésage.

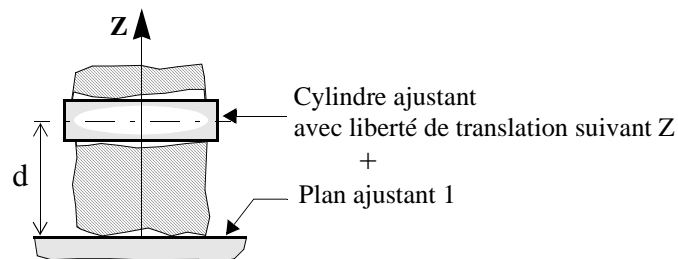


Figure IV.19: Exemple de mesure de distance.

3.7 - Contrôle des tolérances géométriques normalisées

Nous montrons dans ce paragraphe que les quatre tolérances géométriques normalisées, forme, orientation, position et battement, peuvent être contrôlées par le modèle calibre.

3.7.1 - Tolérance de forme

Nous avons montré au paragraphe 3.2 comment était contrôlée la tolérance de forme d'une surface élémentaire suivant l'interprétation que nous avons proposée dans le premier chapitre, c'est à dire en utilisant le critère du volume minimal.

Si l'utilisateur ne souhaite pas retenir cette interprétation, il lui est possible de déterminer le défaut de forme de la surface suivant le critère normalisé (critère du défaut de forme minimal) en changeant simplement le critère d'ajustement des calibres ajustants.

Cependant remarquons que la mesure d'un défaut de forme suppose un très grand nombre de points palpés sur la surface et qu'alors les valeurs obtenues par les deux critères sont très proches.

3.7.2 - Tolérance de battement total

Le modèle calibre permet de contrôler très simplement les tolérances de battement total radial et axial.

Sur l'exemple suivant, l'ajustement du Cylindre ajustant donne un écart maximal qui correspond au «défaut de battement» :

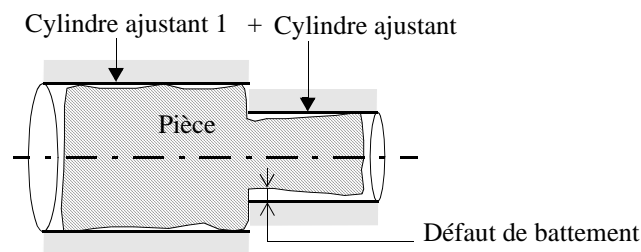


Figure IV.20: Mesure d'un défaut de battement radial.

3.7.3 - Tolérances d'orientation et de position

Bien que ce type de tolérance ne soit pas dans l'esprit de l'approche du tolérancement par comparaison de la surface réelle à une surface théorique, nous montrons ici brièvement comment peut être contrôlé ce type de tolérance par le modèle calibre.

L'interprétation retenue est celle qui a été proposée au premier chapitre : La tolérance de position (ou d'orientation) concerne l'élément positionnel de la surface théorique associée à la surface réelle suivant le critère du volume minimal.

L'exemple suivant nous servira d'illustration :

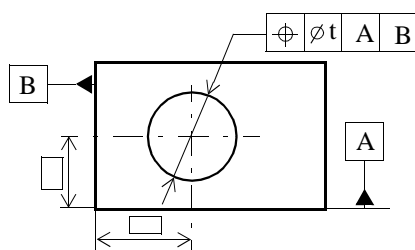


Figure IV.21: Exemple de tolérance de position.

La méthode que nous présentons ici a été suggérée par M. BOURDET dans le paragraphe intitulé «Métrologie fonctionnelle» de sa thèse [BOU 87]. Nous ne faisons que la généraliser.

L'idée est de mesurer la dimension fonctionnelle de l'alésage, c'est à dire la dimension du plus grand cylindre entrant dans l'alésage en position théorique par rapport aux éléments de référence. Pour cela nous construisons le calibre composé suivant :

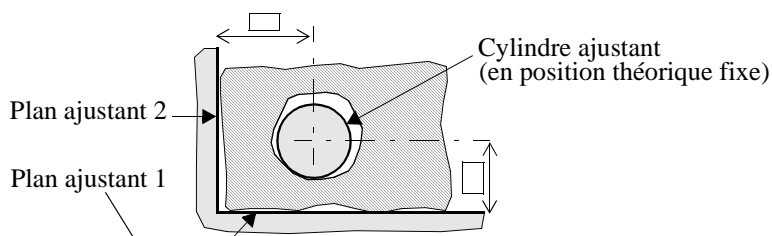


Figure IV.22: Mesure de la dimension fonctionnelle de l'alésage.

La différence entre la dimension fonctionnelle et la dimension enveloppe de l'alésage, c'est à dire celle mesurée lors de l'identification de l'alésage, permet de quantifier la valeur du défaut de position.

La figure suivante, représente une section de la pièce à l'endroit où l'écart entre l'axe du cylindre enveloppe et celui du cylindre fonctionnel est maximal. C'est donc soit sur la face avant de la pièce soit sur sa face arrière.

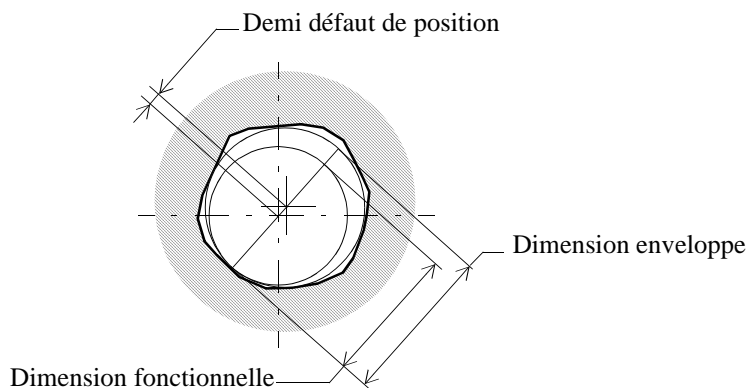


Figure IV.23: Mesure du défaut de position.

Sur cette figure, on constate que l'écart entre les axes des deux cylindres est égal à la moitié de la différence de leurs diamètres. Cet écart doit être inférieur à la demi tolérance $t/2$. Donc la différence des deux diamètres doit être inférieure à la tolérance de position.

Cette technique, qui peut être utilisée pour toute tolérance normalisée de position ou d'orientation lorsqu'elle concerne une surface caractérisée par une dimension linéaire (cylindre, sphère et «double plans parallèles»), permet donc de contrôler très simplement ces tolérances.

4 - Méthodes de calcul de l'assemblage d'un calibre virtuel

Ce paragraphe décrit les méthodes de construction géométriques et numériques des calibres virtuels, que nous avons utilisées dans la maquette informatique.

4.1 - Principe général

Nous utiliserons le modèle des petits déplacements pour calculer «l'assemblage» du calibre virtuel avec les surfaces palpées de la pièce. Pour cela, il est nécessaire d'établir une position initiale du calibre virtuel par rapport aux surfaces palpées, de manière à ce que le déplacement du calibre, permettant son assemblage, respecte l'hypothèse de petit déplacement.

Nous illustrons les trois étapes d'un contrôle par calibre virtuel sur un exemple.

Initialement, on dispose d'un ensemble de nuages de points représentant les surfaces palpées dont on connaît le type (plan, cylindre, etc.). Ces points sont les «centres de bille» exprimés dans le repère de palpage R_M (Pour ne pas surcharger la figure, les points palpés sont schématisés par le contour des surfaces réelles) :

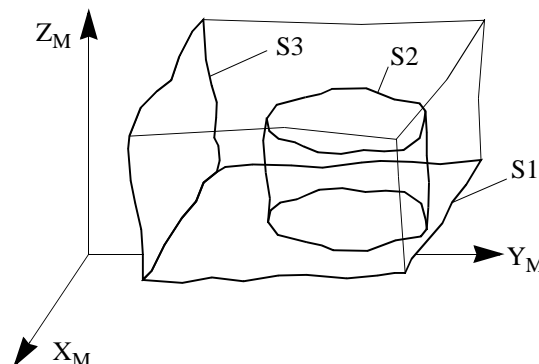


Figure IV.24: Surfaces palpées.

Nous présentons ici les trois principales étapes permettant d'effectuer un contrôle par calibre virtuel avec la maquette informatique. Ces étapes seront détaillées aux paragraphes suivants.

La première étape, consiste à «identifier» chaque surface palpée en lui associant une surface théorique. Cette «identification» est faite en utilisant les calibres élémentaires et permet de connaître la «position» de chaque surface palpée par rapport au repère de palpage R_M . La «position» de chaque surface est donnée par le repère du calibre élémentaire ajusté à la surface :

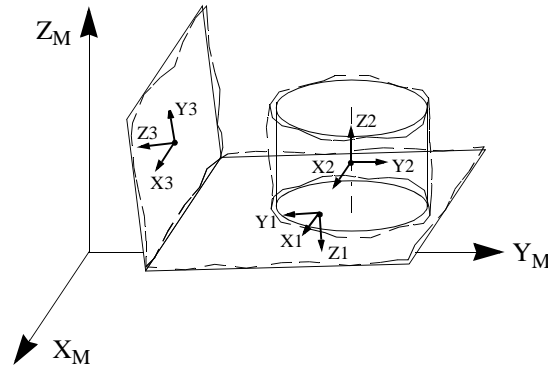


Figure IV.25: Surfaces identifiées.

De plus «l'identification» permet le décalage des points «centres de bille» de manière à estimer les points de contact entre la bille de palpage et la surface réelle.

Ainsi, les points pris en compte pour le calcul de l'assemblage d'un calibre composé, sont les points palpés estimés.

La deuxième étape consiste à construire un repère «local» sur les surfaces identifiées, qui servira de position initiale pour le calibre composé. Ce repère est appelé «repère de référence initial», R_{init} .

Ce repère est construit automatiquement à partir du choix, fait par l'utilisateur, d'une, de deux ou de trois surfaces identifiées. La construction de ce repère s'appuie sur une procédure de «reclassement» des associations successives des surfaces choisies.

Par exemple, si l'utilisateur choisit dans l'ordre les surfaces (1), (2) et (3), le repère de référence initial obtenu (R_{init}) sera le suivant :

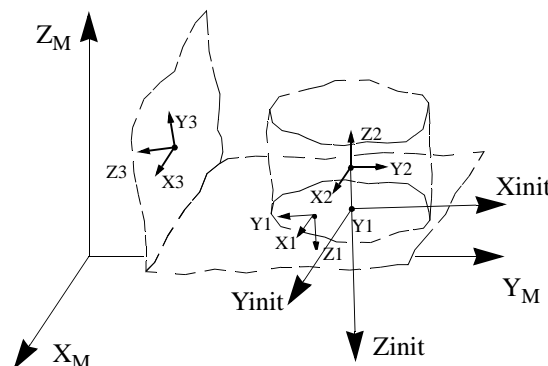


Figure IV.26: Repère de référence initial.

La troisième et dernière étape consiste à construire le calibre composé.

Le calibre composé est construit dans un repère, appelé le repère du calibre composé, initialement confondu avec le repère de référence initial, construit précédemment.

L'utilisateur doit indiquer, pour chaque calibre élémentaire du calibre composé, la surface palpée concernée. Puis il donne la dimension et la position du calibre élémentaire par rapport au repère du calibre composé. Le calibre élémentaire doit être relativement proche de la surface palpée qu'il concerne (le logiciel lui indique, pour cela, la position de la surface par rapport au repère de référence initial).

Ainsi, le calibre composé est construit directement en position initiale par rapport aux surfaces palpées :

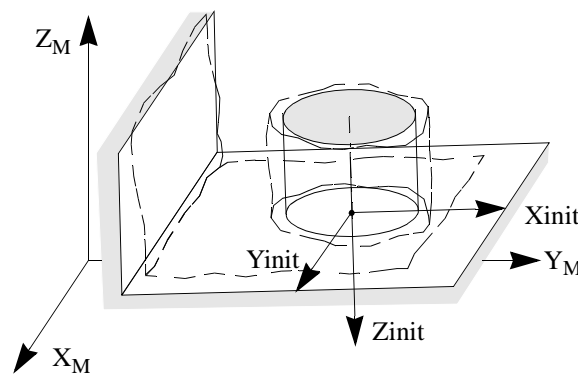


Figure IV.27: Construction du calibre composé.

L'intérêt de construire le calibre composé directement en position initiale est de permettre d'indiquer à l'utilisateur la position de la surface palpée concernée par le calibre élémentaire qu'il définit. Ainsi, il n'est pas obligé de connaître à priori les positions relatives des surfaces de la pièce.

Une fois que le calibre composé est complètement défini par l'utilisateur, la maquette informatique calcule alors le déplacement permettant au calibre composé de s'assembler (Si c'est possible). La position du calibre composé est donnée par la position de son repère exprimé dans le repère de palpée.

L'assemblage d'un calibre élémentaire se traduit par un système de contraintes sur les écarts entre les points de la surface palpée et la surface du calibre.

L'assemblage du calibre composé implique l'assemblage de chaque calibre élémentaire le composant. Les systèmes de contraintes correspondant à chacun des calibres élémentaires ajustants et limitants sont mis «bout à bout» pour former un système de contraintes global. La solution de ce système correspond alors au déplacement conduisant à l'assemblage du calibre composé.

Dans la suite, nous détaillons les méthodes relatives à chacune des étapes présentées ci-dessus.

4.2 - Identification des surfaces élémentaires de la pièce

Chaque surface élémentaire de la pièce est représentée par un nuage de points «centres de bille». Nous commençons par «identifier» ces surfaces en utilisant seulement les calibres élémentaires.

4.2.1 - Définition d'une position initiale

Une position initiale du calibre élémentaire doit être établie. Elle est définie par le repère du calibre élémentaire en position initiale exprimé par rapport au repère de palpation.

Pour le plan, trois points palpés doivent être choisis pour définir un plan initial. La procédure que nous utilisons permet de définir une origine au centre du nuage de points; l'axe Z est orienté vers l'extérieur de la matière et l'axe Y, contenu dans le plan initial, est choisi parallèle au plan de base (Y,O,Z) du repère de palpation (troisième angle de Bryant nul).

Pour le cylindre, comme la plupart des logiciels de métrologie tridimensionnelle, nous imposons que les trois premiers points soient palpés approximativement dans une même section de la surface. La procédure que nous utilisons tient compte du rapport entre la hauteur et le diamètre de la surface palpée. L'origine du repère est placée à mi-hauteur; l'axe Z correspond à l'axe du cylindre initial; l'axe Y est choisi parallèle au plan de base (Y,O,Z) du repère de palpation (troisième angle de Bryant nul). De plus un diamètre initial est déterminé.

Pour les deux autres calibres élémentaires, la sphère et le cône, des procédures du même type sont définies.

4.2.2 - Calcul de l'ajustement du calibre élémentaire

Le calcul de l'ajustement d'un calibre élémentaire implique le choix d'un repère de calcul et celui d'un critère d'ajustement.

Le repère de calcul est le repère dans lequel sera exprimé le torseur et à l'origine duquel il sera réduit (déplacement de l'origine du repère). Ce repère peut être n'importe lequel. Cependant le choix du repère local, correspondant à la position initiale, permet de réduire le nombre de paramètres de déplacement à calculer, comme nous l'avons montré au paragraphe 3.6 du chapitre II. C'est donc le repère de calcul qui est choisi pour l'identification.

Le critère d'ajustement des calibres, utilisé par défaut, est le critère de la somme minimale des écarts positifs, correspondant au critère du volume minimal. Cependant, il est également possible de choisir le critère du défaut de forme minimal tel que nous l'avons défini au paragraphe 3.3.3.2 du chapitre II.

Remarques :

Ces deux critères sont généraux : Il peuvent être utilisés pour tout type de calibre élémentaire.

Pour permettre des inter-comparaisons entre les critères, nous avons également donné la possibilité «d'identifier» les surface palpées avec les deux autres critères suivants : Le critère de la dimension optimale, utilisable uniquement avec les calibres caractérisés par une dimension linéaire intrinsèque, et le critère des moindres carrés.

4.2.3 - Calcul de la position du calibre ajusté

La calcul de l'ajustement (résolution du programme linéaire ou du système de Cramer) donne les composantes du torseur de petit déplacement exprimé dans le repère de calcul et réduit à l'origine de ce repère. Pour l'identification, ce repère est le repère initial.

Il faut à présent calculer la position du calibre ajusté.

Plusieurs solutions sont possibles :

On peut par exemple calculer le déplacement des points qui ont permis la construction du repère initial et «reconstruire» le repère sur les points déplacés.

On peut aussi calculer directement les composantes de l'origine et des vecteurs de base du repère initial déplacé. C'est la solution que nous avons retenue dans la maquette informatique.

Notons R_{init} , le repère initial, et R_{dep} , le repère déplacé.

Les vecteurs du torseur de petit déplacement, $D(O_{init})$ et Ω , sont exprimés dans le repère de référence (0) par rapport auquel est exprimé le repère initial. Pour l'identification, ce repère est le repère de palpé.

L'origine déplacée peut alors se calculer par l'équation suivante :

$$(O_0 O_{dep})_0 = (O_0 O_{init})_0 + D(O_{init})_0$$

La rotation modélisée par le vecteur de rotation Ω n'est pas une isométrie; ceci est dû à la linéarisation de la matrice de rotation. Ce qui signifie que les vecteurs de base déplacés par cette rotation, ne conservent ni leur longueur unitaire ni leur orthogonalité entre-eux.

Une première solution consisterai à revenir à une rotation isométrique grâce à la méthode des paramètres de rotation finie parfois utilisée en mécanique.

Cependant, nous avons préféré privilégier certains vecteurs de base du repère initial et assurer par des calculs vectoriels que le repère déplacé est bien orthonormé.

Pour les calibres élémentaires, seul l'axe Z est important. Nous calculons donc le vecteur Z déplacé par l'équation suivante :

$$(Z_{\text{dep}})_0 = (Z_{\text{init}})_0 + (\Omega)_0 \wedge (Z_{\text{init}})_0$$

Cette équation est issu de la linéarisation de la matrice de rotation.

Pour les calibres composés, il est également nécessaire de calculer le vecteur de base déplacé Y_{dep} . Nous calculons X_{dep} par l'équation précédente; puis Y_{dep} par le produit vectoriel de Z_{dep} par X_{dep} .

Z_{dep} , Y_{dep} sont ensuite rendus unitaires. Le repère déplacé est alors complètement défini par l'origine O_{dep} et les deux vecteurs de base Z_{dep} et Y_{dep} .

4.2.4 - Décalage des points palpés

Pour terminer l'identification de la surface palpée, nous devons décaler les points «centres de bille», sur lesquels a été fait l'ajustement du calibre élémentaire.

Les points sont décalés de la valeur du rayon de bille suivant les directions normales à la surface du calibre ajusté.

De plus la dimension et la position de la surface ajustée sont corrigées pour tenir compte de ce décalage : L'origine du plan ajusté est décalé de la valeur du rayon de la bille et le diamètre du cylindre ajusté est augmenté, s'il s'agit d'un cylindre intérieur, ou diminué, s'il s'agit d'un cylindre extérieur, de deux fois la valeur du rayon de la bille.

Dans la suite, les points pris en compte pour l'assemblage des calibre composés sont donc les points décalés, estimations des points de contact entre la bille et la surface réelle.

4.3 - Assemblage d'un calibre composé

Le déplacement d'un calibre composé est défini par la nouvelle position de son repère par rapport à sa position initiale. La position initiale du repère constitue le **repère de référence** pour le déplacement du calibre.

Si le calibre composé comporte des calibres «ajustant prioritaires», son déplacement doit respecter les degrés de liberté autorisés par l'ajustement de ces calibres avec les surfaces palpées qu'ils concernent.

Les degrés de liberté du calibre composé ont une expression très simple si l'on choisit un repère, pour le calibre composé, qui correspond aux éléments positionnels des calibres «ajustant prioritaires». Les degrés de liberté s'expriment alors simplement par des translations et/ou des rotations autorisées ou interdites suivant les axes du repère (Cf. paragraphe 1.3 du chapitre II).

Cette propriété est très avantageuse car on a alors une correspondance directe entre les degrés de liberté autorisés ou interdits et les composantes du torseur de petit déplacement du calibre composé exprimé dans le repère de référence. Il suffit donc, pour tenir compte des degrés de liberté du calibre composé, d'interdire ou d'autoriser la variation des composantes du torseur.

Le repère du calibre composé doit donc correspondre aux éléments positionnels des calibres «ajustants prioritaires», ou plus exactement il doit correspondre aux éléments positionnels des surfaces composées obtenues par les associations successives des surfaces des calibres ajustant prioritaires.

La position initiale du calibre composé, par rapport aux surfaces palpées, est établie en construisant un repère de référence initial à partir des surfaces «identifiées». En position initiale le repère du calibre composé est confondu avec ce repère de référence initial.

Dans cette position, chaque calibre élémentaire doit être proche de la surface palpée qu'il concerne.

Voici donc la démarche que nous avons adoptée :

A partir du choix, fait par l'utilisateur, d'une ou de plusieurs surfaces identifiées, un repère de référence initial est construit. Les surfaces choisies par l'utilisateur doivent être celles qui sont concernées par les «ajustants prioritaires». La procédure de construction est détaillée au paragraphe 4.3.1.

Le repère de référence initial ainsi construit définit la position initiale du repère du calibre composé. L'utilisateur peut alors construire le calibre composé en vérifiant que les positions qu'il donne aux différents calibres élémentaires, par rapport au repère du calibre composé, sont proches des positions des surfaces palpées concernées. En outre les calibres «ajustant prioritaires» doivent avoir leurs éléments positionnels superposés aux axes du repère du calibre composé.

4.3.1 - Construction d'un repère de référence initial sur les surfaces identifiées

Un repère de référence initial est construit à partir du choix ordonné d'une, de deux ou de trois surfaces identifiées. Ces surfaces doivent correspondre aux calibres ajustant prioritaires du calibre composé. Si le calibre composé ne comporte pas de calibres ajustants prioritaires, l'utilisateur a davantage de possibilités dans le choix des surfaces.

Qu'il y ait ou pas de calibre ajustant prioritaire, la même procédure de construction est appliquée dans les deux cas. Elle s'appuie sur le «reclassement» des surfaces, de la façon suivante:

Le repère de la première surface choisie définit un premier repère de référence.

La surface composée par l'association de la première avec la deuxième surface est reclassée en tenant compte de leurs classes respectives et de leurs positions relatives.

Certaines positions relatives conduisent à des reclassements particuliers (perpendicularité, parallélisme, coaxialité, etc.). Cependant ces positions ne sont jamais parfaitement atteintes entre les surfaces identifiées. Nous tolérons donc un écart maximal de trois degrés pour les angles et d'un millimètre pour les distances, par rapport aux positions théoriques particulières. Par exemple si un plan identifié et un cylindre identifié font un angle compris entre 87 et 93 degrés, ils sont considérés comme étant perpendiculaires et leur association est reclassée dans la classe des «surfaces de révolution».

La deuxième surface doit nécessairement conduire à une surface composée de classe inférieure aux classes respectives des deux surfaces composantes, conformément à la règle de choix des calibres «ajustant prioritaires».

Le premier repère de référence est alors déplacé pour correspondre à l'élément positionnel de cette première surface composée. Comme plusieurs repères sont possibles, nous choisissons celui qui permettra d'annuler le maximum de paramètres de positionnements des futurs calibres élémentaires.

Prenons un exemple : Si la première surface est un cylindre et la deuxième un plan presque perpendiculaire au cylindre, le premier repère de référence est le repère de la surface cylindrique. L'association des deux surfaces donne une surface de révolution. Le premier repère correspond à son élément positionnel, pourtant nous déplaçons le premier repère vers l'intersection du plan avec l'axe du cylindre (axe Z du premier repère) de manière à annuler la coordonnée en Z du futur calibre Plan qui concernera la surface plane.

La classe de la première surface composée peut être celle des «surfaces quelconques». Dans ce cas on interdit à l'utilisateur de choisir une troisième surface car le repère de référence n'a plus aucun degré de liberté. Le calibre composé ne pourra contenir que deux calibres ajustant prioritaires (ajustant 1 et ajustant 2).

Si la surface composée des deux premières surfaces ne donne pas une «surface quelconque», une troisième surface peut être choisie.

Le reclassement de l'association de cette troisième surface avec la première surface composée détermine le deuxième déplacement à faire faire au repère de référence initial.

La troisième surface choisie est refusée si son association avec la première surface composée ne conduit pas à une «surface quelconque» (règle de choix d'un calibre ajustant 3).

Sinon, le repère de référence est une seconde fois déplacé de manière à annuler le plus de paramètres de positionnement possible du futur calibre qui concernera cette troisième surface.

Pour continuer l'exemple précédent, si la troisième surface est un cylindre à peu près parallèle au premier (angle entre les axes inférieur à trois degrés), le repère de référence est orienté autour de son axe Z de manière à ce que l'axe Y passe par la projection de l'origine de ce dernier cylindre sur le plan de base (X,O,Y).

En résumé, pour définir un repère de référence initial sur les surfaces palpées, l'utilisateur doit choisir au maximum trois surfaces. Si le calibre composé comporte des calibres ajustant prioritaires, il doit choisir les surfaces palpées qui seront concernées par ces calibres. Dans tous les cas chaque nouvelle surface choisie doit conduire à une surface composée de classe inférieure.

4.3.2 - Calcul de l'assemblage du calibre composé

Le calibre composé est complètement décrit : Pour chaque calibre élémentaire l'utilisateur a donné, sa position par rapport au repère du calibre composé, sa dimension et son comportement. Nous supposons dans un premier temps qu'aucun calibre élémentaire n'a de degré de liberté par rapport au repère du calibre composé.

Le repère du calibre composé est confondu avec le repère de référence initial construit sur les surfaces identifiées.

Les déplacements du calibre composé sont calculés dans ce repère.

Si le calibre composé contient des calibres ajustant prioritaires, on commence par les ajuster un à un :

4.3.2.1 - Assemblage des calibres ajustant prioritaires

Calibre ajustant 1 :

Les points palpés de la surface concernée par le calibre ajustant 1 sont exprimés dans le repère de celui-ci. La position de ce repère est connue par rapport au repère du calibre composé en position initiale, lui exprimé par rapport au repère de palpé.

On calcule alors les écart initiaux $\{\xi_i\}$ entre la surface du calibre et les points palpés ainsi que les normales à cette surface en chacun des points palpés $\{n_i\}$.

Par un changement de repère, les normales $\{n_i\}$ et les points palpés $\{P_i\}$ sont exprimés dans le repère du calibre composé (en position initiale). En général, le repère du calibre ajustant 1 est confondu avec le repère du calibre composé, il n'y a alors pas de changement de repère à faire.

Les écarts $\{e_i\}$ entre les points palpés et la surface du calibre élémentaire peuvent alors être exprimés, en fonction du déplacement du calibre composé et en fonction de la variation de la dimension du calibre, par l'équation II.6 (chapitre II, p. 81) :

$$e_i = \xi_i + p_i \cdot r + a_i \cdot u + b_i \cdot v + c_i \cdot w + L_i \cdot \alpha + M_i \cdot \beta + N_i \cdot \gamma$$

On forme alors un programme linéaire correspondant au critère d'ajustement choisi pour ce calibre.

La résolution de ce programme fournit le torseur de petit déplacement du calibre composé, exprimé dans le repère de référence initial.

On calcule alors la nouvelle position du calibre composé, en utilisant la même méthode que celle décrite pour l'identification des surfaces palpées, au paragraphe 4.2.3.

Le repère du calibre composé, ainsi déplacé, devient le nouveau repère de référence pour l'ajustement des calibres suivants.

Les degrés de liberté supprimés par l'ajustement du calibre ajustant 1 conduiront à interdire la variation des composantes du prochain torseur de petit déplacement.

Calibre ajustant 2 :

Le calibre composé a une nouvelle position initiale due à l'ajustement du calibre ajustant 1.

On exécute alors les mêmes opérations que précédemment :

Les points palpés de la surface concernée par le calibre ajustant 2 sont exprimés dans le repère de celui-ci.

Les écarts initiaux $\{\xi_i\}$ entre la surface du calibre et les points palpés, et les normales $\{n_i\}$ à la surface du calibre en chacun des points palpés sont calculés.

On procède au changement de repère des points palpés $\{P_i\}$ et des normales $\{n_i\}$.

Puis on construit le programme linéaire correspondant au critère d'ajustement choisi.

Cependant, on doit à présent tenir compte des degrés de liberté supprimés par l'ajustement du premier calibre. Pour cela, on interdit la variation des composantes du torseur de petit déplacement qui correspondent aux degrés de liberté supprimés. Ces composantes restent nulles.

Remarque : En pratique, dans la maquette informatique, nous annulons, dans le systèmes d'inéquations et dans la fonction objectif, les colonnes qui correspondent aux composantes à interdire.

La résolution du programme linéaire donne alors le torseur de petit déplacement du calibre composé permettant à ce deuxième calibre de s'ajuster.

A partir de ce torseur et de la position initiale du calibre composé, on calcul la nouvelle position du calibre composé qui définit le nouveau repère de référence pour l'ajustement des calibres élémentaires suivants.

Nous devons tenir compte des degrés de liberté supprimés par l'ajustement de ce deuxième calibre.

Calibre ajustant 3 :

On procède exactement de la même façon que pour le calibre précédent. L'ajustement de ce dernier calibre, donne une nouvelle position au calibre composé et tous les degrés de liberté sont maintenant supprimés.

4.3.2.2 - Assemblage des calibres ajustants et limitants

A ce stade, la position du calibre composé peut être celle du repère de référence initial, construit à partir des surfaces identifiées (c'est le cas si le calibre composé ne contient aucun «ajustant prioritaire»), ou bien une position particulière due à l'ajustement d'un ou de plusieurs calibres ajustants prioritaires et dans ce cas le calibre composé à des degrés de liberté supprimés.

L'assemblage des calibres ajustants et limitants consiste à former un programme linéaire unique contenant les contraintes linéaires relatives à chaque calibre élémentaire.

Le programme linéaire est construit progressivement calibre après calibre.

Pour chaque calibre élémentaire, on calcule, dans le repère du calibre composé, les coordonnées des points palpés $\{P_i\}$, des normales $\{n_i\}$ et des écarts initiaux $\{\xi_i\}$, de la manière décrite au paragraphe concernant les «ajustants prioritaires».

Si le calibre est limitant, on ajoute au programme linéaire les contraintes de positivité des écarts $\{e_i \geq 0\}$. La fonction objectif, initialement nulle, n'est pas modifiée.

Si le calibre est ajustant, la modification du programme linéaire dépend du critère d'ajustement choisi :

- Pour le critère de la somme minimale des écarts, on ajoute les contraintes de positivité des écarts $\{e_i \geq 0\}$ au système de contraintes, et on ajoute à la fonction objectif la somme des écarts :

$$r \sum \rho_i + u \sum a_i + v \sum b_i + w \sum c_i + \alpha \sum L_i + \beta \sum M_i + \gamma \sum N_i$$

La fonction objectif est donc la somme des sommes des écarts relatives à chaque calibre ajustant.

- Pour le critère du défaut de forme minimal, on ajoute les contraintes suivantes pour chaque point palpé :

$$e_i \geq 0$$

$$e_i - d \leq 0$$

Et on forme la fonction objectif, Minimiser d.

De plus, si des degrés de liberté ont été supprimés par des calibres ajustants prioritaires, on doit interdire la variation des composantes du torseur qui correspondent à ces degrés de liberté. Comme nous l'avons déjà expliqué nous annulons, dans la maquette informatique, les colonnes du système de contraintes et de la fonction objectif qui correspondent à ces composantes.

Remarque :

Si le calibre composé ne contient que des calibres limitants, le programme linéaire, construit de la façon décrite ci-dessus, a une fonction objectif nulle. La résolution de ce programme linéaire «dégénéré» consiste à trouver une solution au système de contraintes. Cette solution correspond à une position assemblée parmi l'ensemble des positions possibles.

Si l'assemblage des calibres limitants et ajustants est possible, la résolution du programme linéaire donne le torseur de petit déplacement du calibre composé.

La nouvelle position du calibre composée est alors calculée.

4.3.3 - Prise en compte des degrés de liberté des calibres élémentaires

Le modèle calibre permet de donner des degrés de liberté à un ou plusieurs calibres élémentaires par rapport au repère du calibre composé. Ces degrés de liberté s'expriment par les translations et/ou les rotations autorisées suivant les axes du repère du calibre composé.

Numérotons les repères et les «solides» de la façon suivante :

(0), le repère du calibre composé en position initiale. Ce repère est fixe par rapport aux surface palpées.

(1), le repère du calibre composé déplacé.

(2), le repère et le calibre élémentaire pour lequel est défini des degrés de liberté.

Les degrés de liberté du calibre élémentaire sont définis dans le repère du calibre composé : Repère (1).

En utilisation «normale» du modèle calibre, les déplacements, permis par ces degrés de liberté au calibre élémentaire, par rapport au repère du calibre composé, sont petits. Ils peuvent donc être modélisés par un torseur de petit déplacement.

Nous noterons $\{D_{ij}\}_M$ le torseur de petit déplacement du solide j par rapport au solide i réduit au point M.

Suivant cette notation, le déplacement du calibre élémentaire (2) par rapport au calibre composé (1) réduit à l'origine du repère (1) s'écrit :

$$\{D_{12}\}_{O1} = \left\{ \begin{array}{l} \Omega_{12} = \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{pmatrix}_1 \\ D_{12}(O1) = \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{pmatrix}_1 \end{array} \right\}$$

Chaque composante de ce torseur correspond à un degré de liberté. Pour tenir compte des degrés de liberté du calibre élémentaire, il suffit d'autoriser la variation de la composante correspondante (Toutes les autres composantes restent identiquement nulles).

Le déplacement du calibre composé (1) par rapport au repère de référence (0) est défini par le torseur :

$$\{D_{01}\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \Omega_{01} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}_0 \\ D_{01}(O) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \end{array} \right\}$$

Le déplacement «total» du calibre élémentaire est la somme de ces deux torseurs.

Nous allons montrer que, sous l'hypothèse des petits déplacements, le torseur de petit déplacement «total» du calibre élémentaire a pour composantes les sommes des composantes de ces deux torseurs.

Pour sommer ces deux torseurs, il faut exprimer $\{D_{12}\}$ dans le repère (0) et le réduire à l'origine O de ce repère.

Le passage de la base (0) à la base (1) est dû une petite rotation modélisé par le vecteur Ω_{01} . Ainsi la matrice de rotation (matrice de changement de base) est remplacée par une opération vectorielle.

Soit V un vecteur quelconque de l'espace, le changement de base s'exprime par la relation vectorielle suivante :

$$(V)_0 = (V)_1 + \Omega_{01} \wedge (V)_1 \quad (\Omega_{01} \text{ est exprimé dans le repère } 0)$$

Avec cette équation, exprimons les vecteurs du torseur $\{D_{12}\}$ dans le repère (0). On a :

$$\begin{aligned} (\Omega_{12})_0 &= (\Omega_{12})_1 + \Omega_{01} \wedge (\Omega_{12})_1 \\ (D_{12}(O1))_0 &= (D_{12}(O1))_1 + \Omega_{01} \wedge (D_{12}(O1))_1 \end{aligned}$$

Soit, en négligeant les termes d'ordre 2 des produits vectoriels :

$$\begin{aligned} (\Omega_{12})_0 &\approx (\Omega_{12})_1 \\ (D_{12}(O1))_0 &\approx (D_{12}(O1))_1 \end{aligned}$$

Effectuons un changement de point pour le torseur $\{D_{12}\}$:

$$\begin{aligned} D_{12}(O) &= D_{12}(O1) + (OO1) \wedge \Omega_{12} \\ &= D_{12}(O1) + D_{01}(O) \wedge \Omega_{12} \end{aligned}$$

Soit, en projection sur la base (0) :

$$(D_{12}(O))_0 = (D_{12}(O1))_0 + D_{01}(O) \wedge (\Omega_{12})_0$$

En négligeant les termes d'ordre 2 du produit vectoriel, on a :

$$(D_{12}(O))_0 \approx (D_{12}(O1))_0 \approx (D_{12}(O1))_1$$

On a donc finalement :

$$(\{D_{12}\}_0)_0 \approx (\{D_{12}\}_1)_1 \quad (\text{Eq. IV.1})$$

Le déplacement «total» du calibre élémentaire est :

$$\{D_{02}\}_0 = \{D_{01}\}_0 + \{D_{12}\}_0$$

L'écart entre un point palpé P_i et la surface du calibre élémentaire s'écrit :

$$e_i = \xi_i + \rho_i \cdot r + \left\{ \begin{matrix} \Omega_{02} \\ D_{02}(O) \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} n_i \\ OM_i \wedge n_i \end{matrix} \right\} \quad (\text{Voir équation II.4, p. 77})$$

Soit, en décomposant $\{D_{02}\}_0$:

$$e_i = \xi_i + \rho_i \cdot r + \left\{ \begin{matrix} \Omega_{01} \\ D_{01}(O) \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} n_i \\ OM_i \wedge n_i \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} \Omega_{12} \\ D_{12}(O) \end{matrix} \right\} \cdot \left\{ \begin{matrix} n_i \\ OM_i \wedge n_i \end{matrix} \right\}$$

En tenant compte de la relation IV.1, on obtient la forme développée suivante :

$$e_i = \xi_i + \rho_i \cdot r + a_i \cdot u + b_i \cdot v + c_i \cdot w + L_i \cdot \alpha + M_i \cdot \beta + N_i \cdot \gamma \\ + a_i' \cdot u' + b_i' \cdot v' + c_i' \cdot w' + L_i' \cdot \alpha' + M_i' \cdot \beta' + N_i' \cdot \gamma'$$

Dans la maquette informatique, on ajoute seulement les composantes correspondant aux degrés de liberté donnés au calibre élémentaire.

Si le calibre est limitant, ces composantes supplémentaires affectent uniquement les contraintes $\{e_i \geq 0\}$.

Si le calibre élémentaire est ajustant, les composantes supplémentaires affectent soit seulement les contraintes soit les contraintes et la fonction objectif :

- Pour le critère du défaut de forme minimal, les composantes supplémentaires sont ajoutées aux contraintes $\{e_i \geq 0\}$ et $\{e_i - d \leq 0\}$.
- Pour le critère de la somme minimale de écarts, les composantes sont ajoutées aux contraintes $\{e_i \geq 0\}$ et à la fonction objectif :

$$\text{Minimiser } r \sum \rho_i + u \sum a_i + v \sum b_i + w \sum c_i + \alpha \sum L_i + \beta \sum M_i + \gamma \sum N_i \\ u' \sum a_i' + v' \sum b_i' + w' \sum c_i' + \alpha' \sum L_i' + \beta' \sum M_i' + \gamma' \sum N_i'$$

Pour chaque calibre élémentaire ayant des degrés de liberté, on ajoute au programme linéaire les composantes correspondant à son déplacement autorisé.

5 - Développement d'une maquette informatique

Sur la base des méthodes mathématiques présentées au paragraphe précédent, nous avons développé une maquette informatique qui implémente l'ensemble des concepts du modèle calibre exposé au paragraphe 2.

Le rôle de cette maquette est de permettre de tester l'efficacité des contrôles par calibre virtuels. Par ailleurs son développement a constitué une source d'amélioration et de mise au point du modèle calibre.

Cette maquette permet la construction d'une infinité de calibres virtuels à partir des calibres élémentaires Plan, Cylindre et du calibre composé de deux plans parallèles, actuellement les seuls disponibles. Ces calibres permettent déjà de couvrir une large majorité des contrôles de pièces mécaniques. Cependant l'ajout dans le programme, des calibres Sphère et Cône ne posera aucune difficulté compte tenu de la structure «objet» de la maquette informatique.

Le nombre de menus est fortement réduit par rapport à un logiciel traditionnel car toute la potentialité de contrôle de l'approche proposée est concentrée dans un seul concept : Le calibre composé.

Au stade actuel, l'interface du programme avec l'utilisateur est rudimentaire. Cependant elle permet d'effectuer toutes les opérations essentielles au contrôle par calibre virtuel. Nous présentons au paragraphe ci-dessous les menus composant le programme et les opérations qui y sont associées.

Au paragraphe 5.2 nous décrivons succinctement les développements informatiques qui ont été nécessaires.

Signalons dès à présent que le programme a été développé en C++, langage de Programmation Orienté Objet, ce qui explique l'utilisation du terme «objet» au paragraphe 5.1.

5.1 - Présentation de la maquette informatique

Le menu de la maquette informatique présente les quatre fonctions suivantes :

- Identifier une Surface palpée : Plan ou Cylindre.
- Construire un Double plans parallèles.
- Construire un Repère de référence initial.
- Construire un Calibre composé.

A chaque fonction est associé un «objet» qui est ajouté à une liste constituant la gamme de contrôle.

Les objets associés à ces fonctions sont :

- Une Surface palpée identifiée.
- Un Double plans parallèles identifié.
- Un Repère de référence initial.
- Un Calibre composé.

La liste des objets est affichée à l'écran, avec pour chacun d'eux, le rang qu'il occupe dans la liste (un numéro).

Les informations données sont fonctions du type d'objet affiché. Cependant, ils ont tous une information commune, qui est la position qu'ils occupent par rapport au repère de palpation.

Nous détaillons à présent le déroulement de chacune de ces quatre fonctions.

5.1.1 - Identifier une Surface palpée : Plan ou cylindre

Chaque surface palpée est stockée dans un fichier ASCII. Le format que nous avons choisi est le suivant :

- Sur la première ligne, on trouve le nombre de points palpés.
- Sur la deuxième ligne, on trouve la valeur du rayon de la bille de palpée (constante palpeur).
- Sur la troisième ligne, on trouve les trois coordonnées, séparées par un blanc, d'un point «au-dessus» du premier point palpé, qui indique le coté libre de la matière.
- Sur les lignes suivantes, on trouve, ligne par ligne, les coordonnées de chaque point palpé.

A la sélection de la fonction «Identifier un plan» ou «Identifier un cylindre», le programme demande le nom du fichier contenant la surface palpée.

Un calibre élémentaire est ensuite ajusté à la surface palpée en tenant compte du critère d'ajustement que l'utilisateur peut modifier (Quatre critères au choix).

Les points palpés sont décalés pour tenir compte du rayon de la bille de palpée et un objet est créé contenant les points décalés, ainsi que la position, la dimension et l'écart maximal du calibre ajusté. Cet objet est ajouté à la liste «gamme» qui est alors affichée. L'affichage de cet objet donne le type de surface (plan, cylindre intérieur ou extérieur), le nombre de points palpés, la position et la direction de la surface, sa dimension et l'écart de forme.

Tout contrôle commence par l'identification des surfaces palpées.

5.1.2 - Construire un «Double plans parallèles»

A la sélection de cette fonction, le programme demande à l'utilisateur les numéros des deux plans identifiés sur lesquels il doit construire le Double plans parallèles (les plans ont été identifiés par la fonction «Identification»).

Le calibre «Double plans parallèle» est ajusté aux surfaces palpées en tenant compte du critère choisi. Un objet «Double plans parallèles» est créé et ajouté à la liste. Il contient les numéros des deux plans identifiés contenant les surfaces palpées ainsi que sa position et sa dimension.

5.1.3 - Construire un Repère de référence initial

Nous rappelons qu'avant la construction d'un calibre composé, il est nécessaire de construire un repère de référence initial pour définir la position initiale du repère du calibre composé.

A la sélection de la fonction «Construire un Repère de référence initial», le programme demande les numéros des surfaces identifiées sur lesquelles il doit construire le repère. L'utilisateur peut entrer un, deux, ou trois numéros

correspondant soit à des surfaces identifiées soit à des « doubles plans parallèles » identifiés.

Un repère est construit conformément à la méthode présentée au paragraphe 4.3.1. Un objet « Repère de référence » est créé et ajouté à la liste. Il contient la position du repère par rapport au repère de palpation.

Plusieurs repères de référence peuvent être construits. Ils peuvent servir à plusieurs calibres composés.

5.1.4 - Construire un calibre composé

A la sélection de cette fonction, le programme demande d'abord le numéro du Repère de référence initial servant de position initiale au calibre composé.

Ensuite, le calibre composé est construit par ajouts successifs de calibres élémentaires. Pour chaque calibre élémentaire, le programme demande, dans l'ordre :

- Le numéro de la surface palpée (ou du Double plans identifié) concernée par le calibre.
- Le comportement du calibre élémentaire. Un menu affiche les cinq comportements possibles que l'utilisateur peut choisir : Limitant, ajustant 1, ajustant 2, ajustant 3 ou ajustant.
- La position et la direction du calibre élémentaire (coordonnées de l'origine et les trois angles de Bryant). La position et la direction de la surface identifiée concernée, exprimées dans le repère de référence initial, est affichée de manière à guider l'utilisateur : La position donnée au calibre élémentaire ne doit pas être trop éloignée de la position de la surface palpée.
- Les degrés de liberté du calibre élémentaire. L'utilisateur choisit autant de degrés de liberté qu'il veut parmi les six possibles : Tx, Ty, Tz, Rx, Ry, Rz.
- Et enfin, la dimension du calibre (sauf s'il s'agit d'un Plan).

Une fois que tous les calibres élémentaires ont ainsi été décrits, un objet « Calibre composé » est créé, contenant le numéro du repère de référence et la liste des calibres élémentaires. Cet objet est ajouté à la liste.

La fin de cette fonction se traduit par le calcul de l'assemblage du calibre composé avec les surfaces palpées.

Si le calibre ne peut pas être assemblé, le message « Assemblage Impossible » est affiché. Sinon, les informations affichées sont les suivantes :

- La position et la direction du calibre composé, exprimées par rapport au repère de palpation.

- La liste de tous les calibres élémentaires le composant, avec pour chacun, sa nouvelle position par rapport au repère du calibre composé, si des degrés de liberté lui ont été attribués et, sa dimension, son écart maximal par rapport à la surface palpée concernée, si le calibre est ajustant ou «ajustant prioritaire».

5.2 - Développements informatiques

La maquette a été développée en C++ (langage de Programmation Orienté Objet) sur ordinateur personnel (PC) et représente environ cinq milles lignes de programmation.

Le coeur du programme est un module de résolution des programmes linéaires. Ce module permet de résoudre, au travers d'une procédure, tout type de programme linéaire. Cependant l'algorithme que nous avons implémenté tient compte de la spécificité des programmes linéaires que nous avons à résoudre. En particulier nous avons privilégié la vitesse de l'algorithme face au cumul des erreurs d'arrondi car les itérations, responsables de ce cumul, restent en nombre faible (moins d'une trentaine) pour les programmes linéaires à résoudre.

La structure des données a déjà été en partie décrite au paragraphe précédent. Une liste contient un ensemble «d'objets» des quatre types suivants :

- Surface palpée identifiée.
- «Double plans parallèles» identifié.
- Repère de référence.
- Calibre composé.

Chacun de ces objets contient sa description.

Cette liste peut être réutilisée pour toutes les pièces d'une série. Elle constitue donc une gamme de contrôles.

A chacun de ces objets est associé un «objet symétrique» représentant le résultat de «l'exécution» de l'objet à la pièce contrôlée. Par exemple, à l'objet «Repère de référence», qui contient les numéros des surface identifiées sur lesquelles doit être construit le repère, est associé un objet «Repère construit» contenant le résultat de cette construction.

Le Calibre composé est essentiellement une liste d'objets «Calibre élémentaire». A chaque «Calibre élémentaire», qui contient la description du calibre faite par l'utilisateur (position, dimension, comportement), est associé un objet «Calibre élémentaire assemblé» contenant les résultats de l'assemblage du calibre avec la surface palpée concernée.

5.3 - Performances de la maquette informatique

Le programme pourra être optimisé, mais d'ores et déjà, l'erreur sur les résultats numériques semble être bien inférieure au millième de millimètre et les temps de calcul sont raisonnables dans la majorité des cas.

La maquette est actuellement limitée dans le nombre de points traités simultanément. Ceci est dû au compilateur C++ utilisé qui ne permet pas «d'allouer» plus d'un méga-octet en mémoire vive. Avec le critère du défaut de forme minimal, très «gourmand» en place mémoire et en temps de calcul, l'ajustement ne peut pas se faire sur plus d'une cinquantaine de points palpés en même temps.

Le chapitre suivant, qui présente l'utilisation de la maquette pour contrôler une pièce industrielle, permettra d'illustrer davantage les performances de la maquette informatique.

CHAPITRE V

Un exemple industriel

Le modèle calibre permet d'effectuer de nombreux contrôles différents, comme nous l'avons montré au paragraphe 3 du chapitre précédent.

Nous présentons dans ce dernier chapitre, l'utilisation de la maquette informatique, pour contrôler une spécification géométrique normalisée d'une pièce industrielle.

L'intérêt de cet exemple est que la spécification est actuellement contrôlée industriellement par un calibre matériel. Nous allons donc pouvoir comparer le contrôle par «calibre matériel» avec le contrôle par «calibre virtuel».

Après une présentation de la pièce et de ses spécifications géométriques au paragraphe 1, nous étudions son contrôle par calibre matériel au paragraphe 2 puis par calibre virtuel au paragraphe 3.

Enfin, au paragraphe 4, nous contrôlons par calibre virtuel, le calibre matériel.

1 - Présentation de la pièce à contrôler

La figure ci-dessous représente le dessin simplifié d'un porte-satellites de réducteur épicycloïdal. Nous y avons fait figurer uniquement les tolérances géométriques que nous allons étudier (repérées par les indices 1 et 2).

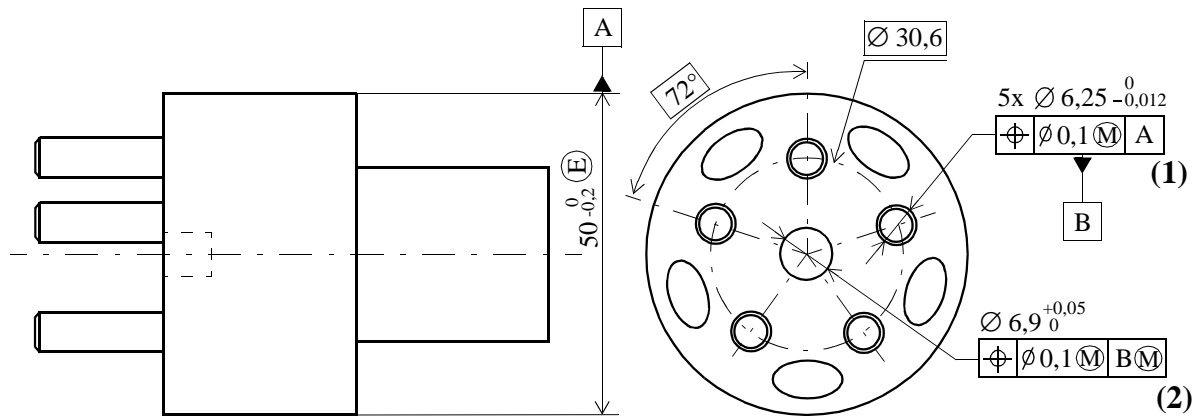


Figure V.1: Dessin (simplifié) du porte-satellites.

Il s'agit d'une pièce de fonderie en alliage d'aluminium. Les cinq axes des satellites en acier sont des inserts placés dans le moule. La pièce, moulée sous pression, est utilisée brute de fonderie.

Nous n'étudions pas les conditions de fonctionnement de cette pièce mécanique et supposons donc que les deux spécifications géométriques, données sur le dessin, sont fonctionnelles.

Ces deux spécifications sont contrôlées par des calibres matériels. Pour chacune d'elles, nous présentons, dans les deux paragraphes ci-dessous, leurs «interprétations» en termes de calibre virtuel et les calibres matériels utilisés pour leur contrôle.

1.1 - Localisation des cinq axes par rapport au cylindre de référence A

L'état virtuel correspondant à chaque axe est un cylindre en position théorique de diamètre égal à la somme du diamètre au maximum de matière de l'axe ($\varnothing 6,25$) et de la tolérance de localisation ($\varnothing 0,1$); soit un diamètre de 6,35.

1.1.1 - Calibre fonctionnel défini grâce au modèle calibre

Le calibre virtuel permettant de contrôler cette spécification est donc le suivant :

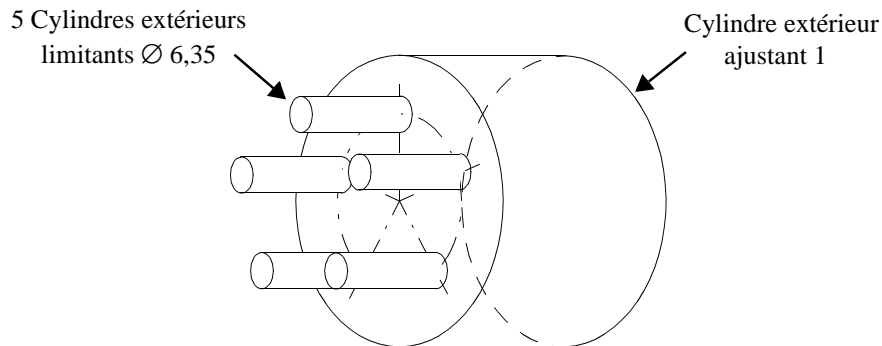


Figure V.2: Calibre fonctionnel virtuel.

L'établissement de la référence est réalisé par le Cylindre ajustant 1.

Pour que la pièce respecte la spécification géométrique, il faut que les cinq Cylindres limitants puissent s'assembler avec les cinq axes, une fois que le Cylindre ajustant 1 a été ajusté.

1.1.2 - Calibres matériels utilisés pour le contrôle de la première spécification

Le calibre matériel est constitué de deux parties : Une «bague» et un «disque» ajusté à l'intérieur :

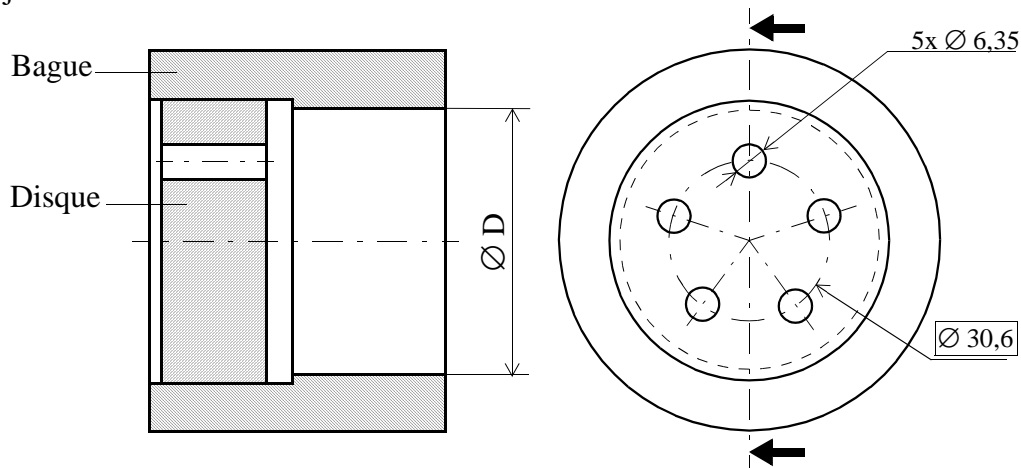


Figure V.3: Calibre matériel pour la spécification (1).

Un jeu de six bagues de différents diamètre D, étalonnés aux valeurs indiquées ci-dessous, permet de «reproduire» le calibre ajustant 1.

$$D = [49,86 / 49,88 / 49,91 / 49,94 / 49,97 / 50,00]$$

Le contrôle consiste donc à rechercher la bague de plus petit diamètre D s'assemblant avec la pièce, puis à vérifier que le disque, ajusté à la bague, peut alors être assemblé avec les cinq axes.

1.2 - Localisation du trou central par rapport au groupe des cinq axes

Cette spécification ne sera pas contrôlée dans la suite de ce chapitre. Il s'agit seulement ici de montrer les limites de l'exigence du maximum de matière par rapport au modèle calibre.

La cotation normalisée permet de prendre en référence un groupe de cylindres. En revanche elle ne prévoit pas la possibilité d'appliquer l'exigence du maximum de matière à cet élément de référence comme cela est fait dans la spécification (2).

Cette spécification géométrique n'est donc pas normalisée. L'interprétation de l'application de l'exigence du maximum de matière à un groupe de cylindres pris en référence n'est pas connue.

Le calibre matériel qui est utilisé pour le contrôle de cette spécification permet de comprendre la signification qui a été donnée à cette spécification.

La figure suivante représente le dessin du calibre matériel utilisé pour le contrôle de la spécification (2)

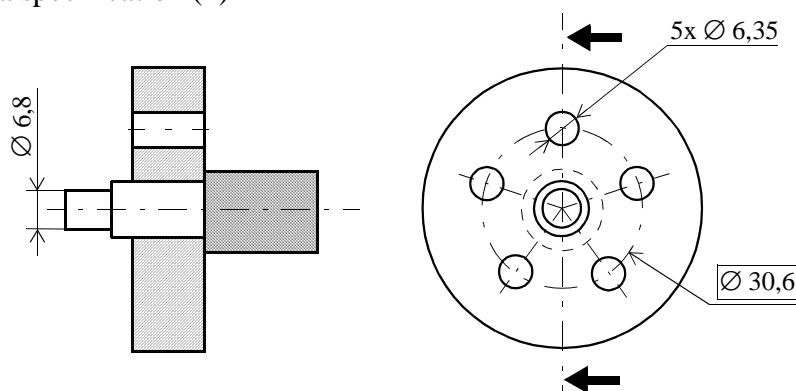


Figure V.4: Calibre matériel pour la spécification (2).

L'application de l'exigence du maximum de matière au groupe des cinq axes a été interprétée comme définissant un état virtuel composé de cinq cylindres de diamètre 6,35.

Cette interprétation prend en compte le tolérancement des cinq axes. Or, selon la norme, la construction de la référence à partir d'une surface ou d'un groupe de surfaces est indépendante du tolérancement de celle(s)-ci. Donc, pour être cohérent avec la norme, cette application de l'exigence du maximum de matière aurait dû s'interpréter comme définissant un état virtuel de cinq cylindres de diamètre 6,25 (diamètre au maximum de matière des axes). Cependant, le calibre obtenu n'aurait pas pu s'assembler avec la pièce.

En conclusion, la cotation normalisée ne permet pas la définition du calibre matériel ci-dessus.

En revanche, la définition de ce calibre dans le modèle calibre ne pose aucune difficulté.

Toutefois, le contrôle de cette spécification ne sera pas étudié dans la suite, car elle ne présente pas d'intérêt particulier par rapport au contrôle de la première spécification.

2 - Contrôle de la première spécification par calibre matériel

2.1 - Défaut de la pièce

La pièce de fonderie présente un défaut caractéristique au niveau du cylindre de référence qui explique certains résultats des contrôles par calibre matériel et par calibre virtuel. Nous commençons donc par présenter ce défaut.

Le cylindre de référence est globalement légèrement conique; le plus fort diamètre est situé du côté des axes.

Cette légère conicité est due à un renflement du cylindre au niveau des cinq évidements de section elliptique (Voir figure V.1). Un relevé de circularité ferait alors apparaître cinq lobes, en face des évidements, diminuant progressivement en déplaçant la section vers l'autre extrémité du cylindre.

2.2 - Résultat du contrôle par calibre matériel (1)

La bague de $\varnothing 49,88$ ne peut pas être assemblée complètement sur le cylindre de référence. Les cinq derniers millimètres du cylindre du côté des axes n'entrent pas dans cette bague.

La bague de $\varnothing 49,91$ s'assemble, elle, complètement avec la pièce; il y a même un petit jeu radial entre cette bague et la pièce.

On peut déjà conclure que le diamètre enveloppe du cylindre de référence est compris entre 49,88 et 49,91 (à la précision près des alésages des bagues).

Le «disque», percé des trous $\varnothing 6,35$, peut s'assembler avec les cinq axes et avec la bague de $\varnothing 49,91$ (comme avec la bague de $\varnothing 49,88$).

On conclut donc que la spécification est respectée.

Cependant ce contrôle est un peu approximatif car le calibre matériel n'est pas exactement le calibre fonctionnel théorique défini par la spécification. En particulier, nous montrerons plus loin, en contrôlant par calibre virtuel, que le groupe des cinq trous percés dans le disque n'est pas bien centré par rapport au diamètre extérieur de celui-ci s'ajustant dans la bague (Cf. paragraphe 4).

Le calibre matériel est ici avantage par la légère conicité du cylindre de référence lui permettant de pouvoir prendre une orientation compensant ce défaut.

3 - Contrôle de la pièce par calibre virtuel

3.1 - Palpage de la pièce

La pièce a été palpée sur une machine à mesurer tridimensionnelle de marque TRI-MESURE, équipé du logiciel METROSOFT.

Ce logiciel permet la sortie sur un fichier ASCII des points palpés. Les points obtenus sont les «points de contact estimés» (décalage des «centres de bille»; Cf. chapitre III).

A partir de ce fichier, nous créons un fichier par surface élémentaire, au format décrit dans le paragraphe 5.1.1 du chapitre précédent, avec une valeur nulle pour le rayon de bille (les points ayant déjà été décalés).

Le cylindre de référence a été palpé en trois sections de cinq points (15 points) placés en face des évidements elliptiques (sur les renflements du cylindres).

Chaque axe a été palpé en trois sections de quatre points (12 points).

La pièce a été placée verticalement, et donc parallèlement à l'axe Z de la machine, ce qui explique les valeurs presque nulles des angles d'orientation des surface identifiées (Angles de Bryant).

3.2 - Identification des surfaces palpées

L'identification des surfaces permet d'une part de stocker les points palpés en mémoire et d'autre part de déterminer les positions de ces surfaces pour la construction ultérieure d'un repère de référence initial pour le calibre composé.

L'utilisateur a le choix du critère d'ajustement.

Avec le critère de la somme minimale des écarts ($\sum e_i$), on obtient les diamètres et les défauts de forme (écart maximal) suivants :

$\sum e_i$	Cyl. de réf.	Axe 1	Axe 2	Axe 3	Axe 4	Axe 5
Diamètre (mm)	49,884	6,248	6,247	6,244	6,248	6,247
Ecart maxi (μm)	70	5	5	5	3	5

Tableau V.1: Identification des surfaces de la pièce en « $\sum e_i$ ».

Le diamètre du cylindre de référence est dans la tolérance indiquée sur le dessin et est bien compris entre les valeurs 49,88 et 49,91 conformément à la conclusion tirée du contrôle par les bagues.

Remarquons que le diamètre donné par le logiciel de la machine est de 49,837 (cylindre des moindres carrés passant au milieu des points), soit presque cinq centièmes de millimètres de moins que le diamètre enveloppe !

Les diamètres des axes palpés sont dans la tolérance indiquée.

3.3 - Construction du repère de référence initial

Le repère de référence initial est construit automatiquement en donnant les numéros du cylindre de référence et de l'un des axes.

Le repère construit est tel que son axe Z et son origine correspondent à l'axe Z et à l'origine du cylindre de référence, et son axe X est dans la direction de l'axe palpé choisi.

3.4 - Construction du calibre virtuel

Nous allons construire différents calibres virtuels.

Le calibre fonctionnel, permettant la vérification de la spécification, a été présenté au paragraphe 1.1.1 : Il est composé d'un Cylindre ajustant 1 sur la surface de référence et de cinq Cylindres limitants $\varnothing 6,35$ sur les axes palpés (Voir figure V.2).

Plutôt que de donner un comportement limitant aux cinq Cylindres, nous leur donnerons un comportement ajustant, avec pour tous le même diamètre initial. Ainsi lors de leur ajustement, les cinq Cylindres conserveront un diamètre identique. Une fois que les cinq Cylindres seront ajustés, on pourra comparer la valeur de ce diamètre avec la valeur limite de 6,35. On pourra alors apprécier le défaut global des cinq axes.

Nous commençons par un calibre composé uniquement de cinq Cylindres ajustants sur les axes palpés.

3.4.1 - Calibre 1 : 5 Cylindres ajustants sur les axes palpés

Dans le repère de référence initial, nous construisons un calibre composé de cinq Cylindre ajustants en position théorique entre-eux. Nous leur donnons à tous le même diamètre initial, de manière à ce qu'ils aient tous le même diamètre final.

Les résultats de l'assemblage de ce calibre sont regroupés dans le tableau suivant :

Critère	Position : X / Y (mm)	Orientation : Rx / Ry (degré)	Diamètre (mm)	Plus grand écart Maxi	Temps ^a (seconde)
Σe_i	- 664,158 / - 6,011	- 0,052 / - 0,049	6,326	86 μm	8,8

a. Temps de calcul sur PC 486 DX2-66.

Tableau V.2: Calibre 1 : Cinq Cylindres extérieurs ajustants.

Le diamètre des cinq Cylindres ajustants est de 6,326. Un calibre composé de cinq Cylindres limitant $\varnothing 6,35$ peut donc s'assembler avec ses axes.

Ce diamètre est une valeur minimale pour les axes de la pièce, car ce calibre composé a six degrés de liberté pour se positionner par rapport aux axes palpés. Aucun autre calibre contenant ce groupe de cinq Cylindres ajustants ne pourra donner une valeur plus petite.

3.4.2 - Calibre 2 : Cylindre ajustant 1 + 5 Cylindres ajustants

Nous utilisons à présent le calibre fonctionnel, correspondant à la spécification géométrique, dans lequel les cinq limitants sont remplacés par cinq ajustants.

Nous allons construire deux fois ce calibre. La première fois, le Cylindre ajustant 1 sera ajusté par le critère de la somme minimale des écarts (Σe_i) et la deuxième fois par celui du défaut de forme minimal ($e_{i_{\text{Max}}}$).

Les cinq Cylindres ajustants seront, eux, toujours ajustés avec le critère de la somme minimale des écarts (Σe_i).

Une fois que le Cylindre ajustant 1 est ajusté, le calibre composé n'a plus qu'un degré de liberté utile permettant l'ajustement des cinq Cylindres ajustants : La rotation autour de l'axe du Cylindre ajusté (La translation autorisée par l'ajustement de l'ajustant 1 n'est pas utile).

Etant donné le défaut de forme particulier du cylindre de référence (légère conicité), l'ajustement du calibre ajustant 1 conduit à des orientations du calibre composé différentes selon le critère utilisé.

Ces orientations influencent l'ajustement des cinq Cylindres ajustants.

Ainsi, on constate dans le tableau ci-dessous que lorsque le calibre ajustant 1 est ajusté avec le critère « Σe_i », le diamètre des cinq ajustants est 6,391, soit quatre centième de millimètre au-dessus du diamètre maximum autorisé ($\varnothing 6,35$). Suivant ce critère, la pièce est donc mauvaise.

En revanche avec le critère « ei_{Max} » le diamètre des cinq ajustants est 6,337 soit presque un centième et demi au-dessous du diamètre maximum autorisé. La pièce est donc bonne.

Critère Ajustant 1	Diamètre Ajustant 1	Ecart Maxi Ajustant 1	Position : X / Y (mm)	Orientation Rx / Ry (degré)	Diamètre des Ajustants	Plus grand écart Maxi Ajustants	Temps ^a (seconde)
Σei	49,884	70 μm	- 664,180 / - 6,024	- 0,06 / 0,17	6,391	146 μm	2,1
ei_{Max}	49,884	44 μm	- 664,162 / - 6,032	- 0,12 / 0,04	6,337	95 μm	3,2

a. Temps de calcul sur PC 486 DX2-66.

Tableau V.3: Calibre 2 : Ajustant 1 (Σei ou ei_{Max}) + Cinq ajustants (Σei).

Cette différence de résultat est due à l'influence du défaut particulier du cylindre de référence (légère conicité) sur les deux critères d'ajustement utilisés. La figure suivante schématise les ajustements obtenus selon le critère utilisé :

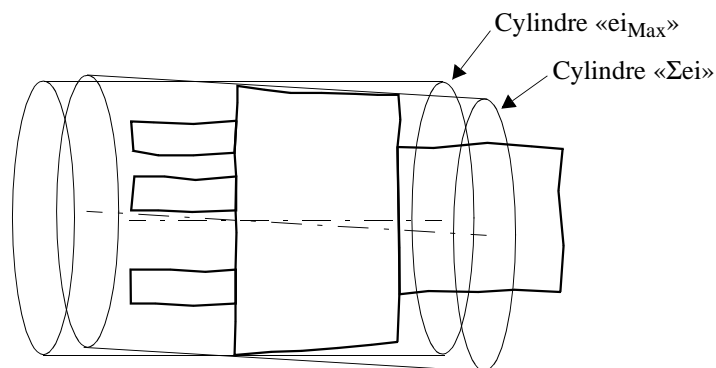


Figure V.5: Influence du défaut du cylindre de référence sur l'ajustement.

Le Cylindre « ei_{Max} », en minimisant le plus grand écart, prend une orientation correspondant approximativement à «l'axe moyen» de la pièce.

En revanche le Cylindre « Σei », prend lui une orientation tel qu'il est en contact avec «une génératrice» de la surface réelle. Ceci est dû, d'une part à la nature même de ce critère d'ajustement (volume minimal) et d'autre part à l'algorithme de résolution que nous utilisons :

Remarquons que le cylindre théorique peut prendre différentes orientations par rapport à la surface réelle, cela ne change pas son diamètre qui correspond à la partie la plus large de la surface «conique». Ce résultat assez intuitif est d'ailleurs confirmé numériquement dans le tableau ci-dessus : Le cylindre « ei_{Max} » a le même diamètre que le cylindre « Σei ».

Si les différentes orientations du Cylindre ne change pas son diamètre, cela implique que le volume compris le Cylindre et la surface réelle reste constant. Ce

volume étant minimal, tous les orientations du cylindre sont donc solutions du critère du Volume minimal et donc du critère de la somme minimale des écarts.

Or l'algorithme de résolution des programmes linéaires s'arrête à la première solution optimale qu'il trouve. Pour le critère de la somme minimale des écarts, cette solution correspond toujours à une position dans laquelle la surface théorique est en contact avec le plus de points; le cylindre vient donc en «appui» sur une «génératrice» de la surface réelle.

L'orientation ainsi obtenue ne correspond pas à «l'axe moyen» de la pièce. Par conséquent l'ajustement des cinq Cylindres ajustants conduit à un diamètre et à un écart maxi plus grands (Voir tableau V.3).

Avec ce critère pour le calibre ajustant 1, la pièce est refusée car la spécification n'est respectée.

En revanche avec le critère « ei_{Max} », la pièce est acceptée.

On aurait donc tendance à préconiser l'emploi du critère du défaut de forme minimal pour contrôler cette pièce.

Cependant, est-ce que du point de vue fonctionnel, la pièce pourra effectivement prendre cette orientation ?

Une analyse précise des conditions de fonctionnement et de montage de la pièce est nécessaire. Le critère de la somme minimal peut être ici intéressant si l'on s'intéresse aux pires cas d'orientation.

3.4.3 - Conclusion

Cette courte étude montre que les possibilités de contrôle et d'analyse offertes par le modèle calibre sont bien supérieures à celles du contrôle par calibre matériel ou à celles des logiciels de métrologie existant.

Pour autant, l'utilisation du modèle calibre est simple et assez intuitive.

Au paragraphe suivant, nous allons contrôler, par calibre virtuel, une partie du calibre matériel.

La cohérence des résultats que nous allons obtenir par rapport à ceux déjà obtenus montre la validité des résultats numériques fournis par la maquette informatique

4 - Contrôle du calibre matériel par calibre virtuel

Comme nous l'avons évoqué au paragraphe 2 concernant le contrôle par gabarit matériel, les calibres matériels peuvent présenter des défauts qui sont encore plus difficile à contrôler que les défauts de la pièce qu'ils contrôlent (les tolérances étant encore plus petites).

Ainsi, nous allons montrer ici que le groupe des cinq trous, percés dans le «disque» du gabarit de contrôle de la pièce, n'est pas très bien centré par rapport au diamètre extérieur de celui-ci.

Nous reprenons les mêmes contrôles par calibre virtuel que ceux effectués précédemment sur la pièce.

4.1 - Identifications des surfaces palpées

L'identification de la surface cylindrique extérieur (2 sections de 7 points) et des cinq trous du «disque» (3 sections de 4 points) donne les résultats suivants :

Σe_i	cyl. ext.	trou 1	trou 2	trou 3	trou 4	trou 5
Diamètre (mm)	50,979	6,356	6,357	6,358	6,355	6,355
Ecart maxi (μm)	4	5	4	3	10	3

Tableau V.4: Identification des surfaces du disque en « Σe_i ».

4.2 - Calibre 1 : 5 Cylindres ajustants dans les trous palpés

Les diamètres des Cylindres intérieurs ajustants sont tous égaux.

L'assemblage de ce calibre avec les trous du disque donne les résultats suivants :

Position : X / Y (mm)	Orientation : Rx / Ry (degré)	Diamètre (mm)	Plus grand écart Maxi	Temps ^a (seconde)
- 751,191 / - 46,057	- 0,07 / - 0,01	6,347	15 μm	5,3

a. Temps de calcul sur PC 486 DX2-66.

Tableau V.5: Calibre 1 : Cinq Cylindres intérieurs ajustants (Σe_i).

Le diamètre obtenu est très proche du diamètre théorique 6,35 (seulement 3 microns plus faible). De plus il est très proche des diamètres individuels des trous. Donc les cinq trous sont bien localisés entre-eux, c'est à dire très proche de leur position théorique.

En outre, nous pouvons confirmer que le disque peut s'assembler avec les axes de la pièce car nous avons obtenu, pour ces axes, un diamètre de 6,326 soit deux

centièmes de millimètre inférieur au diamètre des trous du disque (Voir paragraphe 3.4.1).

4.3 - Calibre 2 : Cylindre ajustant 1 + 5 Cylindres ajustants

Le calibre ajustant 1 permet de prendre en référence le diamètre extérieur du disque. L'ajustement des cinq Cylindres intérieurs permet de quantifier le défaut de localisation du groupe des cinq trous par rapport à la référence.

La qualité du cylindre extérieur du disque (défaut de forme de 4 microns) est telle qu'elle conduit à des ajustements quasi identiques avec les critères « Σe_i » ou « $e_{i_{Max}}$ » pour le calibre ajustant 1. Les résultats de l'assemblage du calibre composé sont regroupés dans le tableau ci-dessous (le diamètre et l'écart maximal du Cylindre ajustant 1 ne sont pas indiqués car ils correspondent aux valeurs obtenues par l'identification) :

Position : X / Y (mm)	Orientation : Rx / Ry (degré)	Diamètre des Ajustants	Plus grand écart Maxi Ajustants	Temps ^a (seconde)
- 751,183 / - 46,044	0,01 / 0,01	6,319	40 μ m	1,6

a. Temps de calcul sur PC 486 DX2-66.

Tableau V.6: Calibre 2: Ajustant 1 (Σe_i) + Cinq ajustants (Σe_i)

On constate à présent que le diamètre des trous est de trois centièmes de millimètre inférieur à la valeur théorique. On en conclut donc que le groupe de trous n'est pas très bien localisé par rapport au cylindre extérieur.

En fait le jeu angulaire (et un peu radial) entre la «bague» et la pièce compense le défaut du «disque» en permettant à la pièce de prendre une orientation telle qu'elle puisse s'assembler avec le «disque»

Il est probable, que si la pièce n'avait pas ce défaut particulier au niveau du cylindre de référence (légère conicité), l'assemblage du gabarit matériel avec la pièce ne serait pas possible, non pas à cause des défauts de la pièce mais à cause du défaut du gabarit matériel. Autrement dit une pièce meilleure que celle que nous avons contrôlée, meilleur puisque sans défaut au niveau du cylindre de référence, serait déclarée mauvaise par ce gabarit.

On voit ici les limites des calibres matériels même pour les contrôles de montabilité.

5 - Conclusion

A la condition tout de même de palper judicieusement la pièce à contrôler, le calibre virtuel s'avère être plus précis que le calibre matériel. En effet ce dernier a des défauts qui sont par ailleurs très difficiles à contrôler par les méthodes existant.

En outre, les informations obtenues sont beaucoup plus riches que la simple information binaire (bon ou mauvais) délivrée par le calibre matériel ou même plus riches que les informations obtenues par les logiciels de métrologie existant.

CONCLUSION

La cotation définie par les normes nationales et internationales se présente sous la forme d'un ensemble «d'outils» de spécification dont il n'est pas aisé de saisir la cohérence générale.

Nous en avons fait une présentation structurée faisant apparaître les deux approches de tolérancement que permettent, à notre sens, les «outils» de la cotation normalisée.

La première approche consiste à tolérer les trois défauts de chaque surface élémentaire de la pièce : La forme, la dimension et la position. C'est l'approche traditionnelle.

Nous avons montré les ambiguïtés que présentent les «interprétations» normalisées de ces trois tolérances et nous avons proposé de nouvelles définitions plus simples, plus cohérentes et plus fonctionnelles, qui s'appuient sur l'association d'une surface théorique à la surface réelle suivant un nouveau critère que nous avons baptisé le **critère du volume minimal**.

La position, qui s'exprime par une *tolérance d'orientation* ou une *tolérance de position*, est définie relativement à des éléments de références qui sont les éléments positionnels de surfaces théoriques ajustées à certaines surfaces réelles de la pièce. On peut avoir une seule surface théorique servant de référence ou plusieurs. Elles peuvent être associées simultanément, pour définir une *référence commune* ou un *groupe d'éléments pris en référence*, ou bien être associées de façon hiérarchisée pour définir un *système de références*.

Les éléments de références sont également utilisés dans la deuxième approche du tolérancement que permet la cotation normalisée.

Dans cette deuxième approche, la surface réelle est «comparée» à une surface théorique, elle même en position théorique par rapport aux surfaces théoriques servant de références. Il n'y a pas de «séparation» des trois défauts comme dans la première approche.

Les «outils» de la cotation, qui correspondent à cette approche, sont les exigences du maximum et du minimum de matière et les tolérancement de battement.

Cette étude de la cotation normalisée nous a permis de mettre en évidence le besoin, pour le contrôle des pièces fabriquées, de pouvoir construire des surfaces théoriques à «comparer» ou à «ajuster» aux surfaces réelles de la pièce.

Cette approche du contrôle tridimensionnel est impossible en utilisant les logiciels équipant actuellement les machines à mesurer tridimensionnelle.

Nous avons proposé un nouveau modèle conceptuel, que nous avons baptisé le **modèle calibre**, dont l'objectif est de permettre une telle approche du contrôle sur les machines à mesurer tridimensionnelles.

Les concepts qui définissent ce modèle sont simples :

Un **calibre composé** est construit par composition de **calibres élémentaires**. Les calibres élémentaires sont des solides fictifs limités par des surfaces théoriques simples (plan, cylindre, cône, etc.).

Le calibre élémentaire est caractérisé par un **comportement**, qui lui permet soit de «s'ajuster» à la surface palpée qu'il concerne, soit de s'apparenter à un calibre matériel (tampon cylindrique, bague, etc.).

Un ordre sur l'ajustement des calibres élémentaires peut être spécifié de manière à «positionner» le calibre composé par rapport aux surfaces de la pièce.

Enfin, des degrés de libertés peuvent être donnés individuellement aux calibres élémentaires, leur permettant ainsi de se déplacer les uns par rapport aux autres.

Le modèle obtenu permet d'effectuer de multiples contrôles et de multiples mesures de dimensions ou de distances fonctionnelles, linéaires ou angulaires.

Il permet aussi de contrôler la plupart des spécifications de la cotation normalisée, qu'elles appartiennent à la première approche ou à la seconde, à condition cependant pour la première approche, d'adopter la sémantique que nous avons proposée pour les tolérances de forme, de dimension et de position.

D'autre part le modèle calibre constitue un modèle formel de définition et de construction des références et des systèmes de références.

Pour vérifier que le modèle calibre pouvait avoir une implémentation numérique, nous avons développé une maquette informatique.

Ce développement a nécessité la recherche et la mise au point de méthodes de construction géométriques et numériques pour permettre le calcul de l'assemblage d'un calibre virtuel avec une image de la pièce représentée par un ensemble de points palpés.

Un exemple de pièce industrielle nous a permis de montrer l'efficacité du modèle calibre pour la métrologie numérique tridimensionnelle. Les mesures que permet la maquette informatique sont à la fois très simples à obtenir et très riches en signification.

De plus l'exemple traité nous a permis de montrer que, contrairement à tout attente, le contrôle par calibre virtuel pouvait être plus précis que celui par calibre matériel, ceci à cause des défauts de fabrication de ce dernier.

Des expérimentations supplémentaires restent à faire afin d'évaluer les performances de l'approche calibre pour le contrôle d'autre types de spécifications.

Cependant les perspectives d'exploitations et de développements de ce modèle sont nombreuses.

Tout d'abord le modèle calibre pourra être étendu. En particulier il serait nécessaire de développer la possibilité d'utiliser un calibre composé comme composante d'un autre calibre. Ceci permettrait, comme nous l'avons évoqué dans l'exposé du modèle, de pouvoir définir et établir des références sur plusieurs surfaces élémentaires de la pièce, permettant de généraliser les concepts normalisés de *référence commune* et de *groupe d'élément pris en référence*.

Une autre extension pourrait consister à introduire le concept de calibre «négatif», afin de pouvoir prendre en compte l'exigence du minimum de matière définie par la norme internationale. Un calibre élémentaire «négatif» aurait exactement les mêmes propriétés qu'un calibre élémentaire ordinaire, cependant il serait contraint à rester du côté intérieur de la matière par rapport aux points palpés. Toutefois l'utilité fonctionnelle de ce concept doit être davantage étudiée.

Par ailleurs, une autre voie de recherche qui peut être suivie, est l'utilisation du modèle calibre pour la spécification des conditions fonctionnelles des pièces.

En effet, nous avons vu que le modèle calibre permettait de contrôler de façon simple des conditions fonctionnelles qui ne sont pas forcément faciles, voir même possibles, à exprimer par les «outils» de la cotation normalisée.

On pourrait donc envisager de spécifier les conditions fonctionnelles, en définissant directement le ou les calibres virtuels permettant leur contrôle.

Remarquons d'ailleurs que l'exigence du maximum de matière constitue actuellement un «codage» des conditions fonctionnelles relatives aux assemblages : Le concepteur pense au calibre de contrôle permettant de garantir la condition de montage et le traduit par une cotation utilisant l'exigence du maximum de matière. Ensuite le métrologue fait l'inverse. Il «décode» la cotation pour reconstruire le calibre de contrôle.

D'autre part, étant donné la cohérence et la simplicité du modèle calibre, son utilisation pour la spécification permettrait une intégration facile et surtout cohérente, du «tolérancement» dans les systèmes de CFAO (Conception et Fabrication Assistées par Ordinateur).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[NF E 04-552]

NF E 04-552 «Dessins techniques - Tolérancement Géométrique - Généralités, définitions, symboles, indications sur les dessins»; Norme AFNOR, Nov. 1983. Correspond à la norme ISO 1101:1983

[NF E 04-554]

NF E 04-554 «Dessins techniques - Cotation et tolérancement - Références et systèmes de référence pour tolérances géométriques»; Norme AFNOR, Déc 1988.

[E 04-555]

E 04-555 «Dessins techniques - Tolérancement géométrique - Exigence du maximum de matière»; Norme internationale ISO 2692 publiée par AFNOR, Fev. 1992.

[NF E 04-557]

NF E 04-557 «Dessins techniques - Cotation et tolérancement - Cône»; Norme AFNOR, Déc. 1991. Correspond à la norme ISO 3040:1990.

[NF E 04-558]

NF E 04-558 «Dessins techniques - Cotation et tolérancement - Zone de tolérance projetée»; Norme AFNOR, Août 1983.

[E 04-559]

E 04-559 «Dessins techniques - Cotation et tolérancement - Tolérancement de localisation»; Norme expérimentale AFNOR, Fev. 1991

[E04-561]

E 04-561 «Dessins techniques - Principe de tolérancement de base»; Norme expérimentale AFNOR, Oct. 1991; Reproduction intégrale de la norme ISO8015:1985.

[NF E 02-200]

NF E 02-200 «Vérification des tolérances de pièces lisses - 1^o Introduction», AFNOR, Déc. 1974.

[NF ISO 286-1]

NF ISO 286-1 «Système ISO de tolérances et d'ajustements - Partie 1 : Base des tolérances, écarts et ajustements», AFNOR Déc. 1991.

[ISO 2692 Amd.1]

ISO 2692, Amandement 1 «Dessins techniques - Tolérancement géométrique - Exigence du minimum de matière»; Norme internationale ISO 2692:1988/Amd 1, Oct. 1992..

[NF E 10 105]

NF E 10-105 «Méthodes de mesurage dimensionnel - Sixième partie : Etablissement des références spécifiées»; Norme expérimentale AFNOR, Déc. 1990.

[E 10-108]

E 10-108 «Méthodes de mesurage dimensionnel - Neuvième partie : Ecarts de localisation»; Norme AFNOR, Déc. 1992.

[BAL 95]

E. BALLOT «Lois de comportement géométrique des mécanismes pour le tolérancement»; Thèse de Doctorat de ENS de CACHAN, 1995.

[BAL 93]

A. BALLU, «Identification de modèles géométriques composés pour la spécification et la mesure par coordonnées des caractéristiques fonctionnelles des pièces mécaniques»; Thèse de Doctorat de NANCY I, 1993.

[BOU 76]

P. BOURDET, A. CLEMENT, «Controlling a Complex Surface with 3 Axis Measuring Machine», Annals of the CIRP, Vol. 25, No. 1, 1976.

[BOU 79]

P. Bourdet, «Identification géométrique des pièces mécaniques»; Thèse de 3^{ème} cycle, Paris VI, 1979.

[BOU 87]

P. Bourdet, «Contribution à la mesure tridimensionnelle : Modèle d'identification géométrique des surfaces; Métrologie fonctionnelle des pièces mécaniques; Correction géométrique des machines à mesurer tridimensionnelles»; Thèse de l'université de Nancy I (France), 1987.

[BOU 88]

P. Bourdet, A. Clement, «A study of optimal-criteria identification based on the small-displacement screw model»; Annals of the CIRP, Vol. 37/1/1988.

[BOU 95]

P. BOURDET, «Introduction générale : La cotation, un outil d'aide au tolérancement géométrique normalisé des pièces»; Colloque «Tolérancement et chaînes de cotes», E.N.S. de CACHAN, Fev. 1995.

[CHO 91]

P. CHOLLET, «Contribution à la modélisation de la précision géométrique des machines à coordonnées»; Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Paris, 1991.

[CLE 94]

A. CLEMENT, A. RIVIERE, M. TEMMERMAN, «Cotation tridimensionnelle des systèmes mécaniques. Théorie & Pratique», PYC Edition 1994.

[CLO 95]

P. CLOZEL, «Tolérances 3D : Simulation des jeux et chaînes de cotes 3D»; Colloque «Tolérancement et chaînes de cotes», E.N.S. de CACHAN, Fev. 1995.

[COO 91]

T. COOREVITS, J.M. DAVID, «Le contrôle tridimensionnel sur machine à mesurer et machine-outil», RENISHAW / TECHNO-NATHAN, Editions Nathan Communication, Paris 1991.

[DES 91]

A. DESROCHERS, «Modèle conceptuel du dimensionnement et du tolérancement des mécanismes. Représentation dans les systèmes CFAO», Thèse de Doctorat de l'école Centrale de Paris, Sep. 1991.

[DRI 91]

R. DRIESCHNER, B. BITTNER, R. ELLIGSEN, F. WÄEDEL, «Testing coordinate Measuring Machine Algorithms - Phase II»; Commission of European Communities, BCR report EUR13417 EN, 1991.

[DUR 92]

D. DURET, S. TICHADOU, M. GIORDANO, «Contrôle par calibre sur machine à mesurer numérique»; Contrôle Industriel No. 175, Juillet 1992.

[FUK 84]

M. FUKUDA, A. SHIMOKOHBE, «Algorithms for form error evaluation - Methods of the minimum zone and the least squares», Proc. Int. Sym. Metrology Quality Control Production, pp 197-- 202, Tokyo 1984

[GAU 94]

D. GAUNET, «Modele formel de tolérancement de position. Contributions à l'aide au tolérancement des mécanismes en CFAO»; Thèse de Doctorat de l'ENS de CACHAN, 1994.

[GIO 92]

M. GIORDANO, D. DURET, S. TICHADOU, R. ARRIEUX, «Clearance Space in Volumic Dimensioning» Annals of the CIRP, Vol. 41/1, 1992.

[GOC 91]

G. GOCH, «Algorithm for combined approximation of continuously differentiable profiles composed of straight lines and circle segments»; Annals of the CIRP, Vol. 40/1, 1991.

[HER 76]

J.M. HERVE, «La géométrie de groupe des déplacements appliquées à l'analyse cinématique des mécanismes»; thèse de Doctorat d'Etat, Paris VI, 1976.

[HER 78]

J.M. HERVE, «Analyse Structurale des Mécanismes par Groupe des Déplacements»; Mechanism and Machine Theory, Vol. 13, 1978.

[KOP 93]

D. KOPLEWICZ, «Specification by tolerances zone - Current situation and evolutions»; Proceedings of 3rd CIRP Seminars on Computer Aided Tolerancing, Avril 1993.

[LEH 91]

E. A. LEHTIHET, N. U; GUNASENA, «On composite position tolerance for patterns of holes»; Annals of the CIRP, Vol. 40/1, 1991.

[MUR 80]

T.S.R. MURTY, S.Z. ABDIN, «Minimum zone evaluation of surfaces», Int. J. Mach. Tool. Des. Res., Vol. 20, No. 2, pp 123--136, 1980.

[NIG 93]

S.D. NIGAM, J.D. GUILFORD, J.U. TURNER, «Derivation of generalized datum frames for geometric tolerance analysis»; ASME Design Automation Conference, Albuquerque, Sep.1993.

[PAI 94]

E. PAIREL, D. DURET, M. GIORDANO, «Verification of a group of functional surfaces on coordinate measuring machines», Proceedings of the XIII IMEKO world congress, Torino (Italy), Vol. 3, pp 1670-1675, Sep. 1994.

[PAI 95a]

E. PAIREL, «Références et systèmes de références en cotation»; Colloque «Tolérancement et chaînes de cotes», E.N.S. de CACHAN, Fev. 1995.

[PAI 95b]

E. PAIREL, «Proposition of a new semantics for standardized tolerancing - Principle of its verification on Coordinate Measuring Machine», 7ème Congrès International Métrologie 95, pp 76-81, Oct. 1995.

[REQ 83]

A.A.G. REQUICHA, «Towards a theory of Geometrical Tolerancing»; The International Journal of Robotics Research, Vol. 2, No. 4, 1983.

[RIV 93]

A. RIVIERE, «La géométrie du groupe des déplacements appliquées à la modélisation du tolérancement»; Thèse de Doctorat, 1993.

[ROU 91a]

P. LE ROUX, «Introduction aux Machines à mesurer tridimensionnelles (1^{re} partie)», Revue Pratique de Contrôle Industriel N° 171, Nov. 1991.

[ROU 91b]

P. LE ROUX, «Introduction aux Machines à mesurer tridimensionnelles (2^e partie)», Revue Pratique de Contrôle Industriel N° 172, Déc. 1991.

[SHU 87]

M.S. SHUNMUGAM, «New approach for evaluating form errors of engineering

surfaces»; Journal of Computer-aided-design, Vol. 19, No 7, Sept. 1987.

[SRI 89a]

R. JAYARAMAN, V. SRINIVASAN, «Geometric tolerancing: 1. Virtual boundary requirements»; IBM J. Res. Develop, Vol 33, No 2, March 1989.

[SRI 89b]

V. SRINIVASAN, R. JAYARAMAN, «Geometric tolerancing: 2. Conditional tolerances»; IBM J. Res. Develop, Vol 33, No 2, March 1989.

[SRI 93]

V. SRINIVASAN, «Recent Effort in Mathematization of ASME/ANSI Y14.5M»; Proceedings of 3rd CIRP Seminars on Computer Aided Tolerancing, Avril 1993.

[VAI 92]

G.P. VAILLEAU, «Machine à Mesurer Tridimensionnelle & Incertitude de mesure - Analyse de L'intercomparaison : Rapport final»; Métrologie Grand Sud, Laboratoire National d'Essais, Mouvement Français pour la Qualité; Séminaire Nov. 1992.

[WIR 89]

A. WIRTZ, «Vectorial tolerancing»; Proceedings of the International Conference on CAD/CAM and AMT; CIRP Sessions on Tolerancing for function in a CAD/CAM environment, Jerusalem Dec. 1989.

[WIR 93]

A. WIRTZ, «Vectorial tolerancing, a basic element for quality control»; 3rd CIRP seminars on Computer Aided Tolerancing, E.N.S. de CACHAN, April 1993.